



# EMMY NOETHER

## Madre del álgebra moderna y las simetrías en física

### TRABAJO EN ERLANGEN: INVARIANTES ALGEBRAICOS

La **Teoría de Invariantes Algebraicos** estudia expresiones algebraicas que no varían bajo grupos de transformaciones. Por ejemplo, determinante y traza de una aplicación lineal no varían bajo el grupo lineal. Noether trabajó con polinomios en tres variables bicuadráticos, buscando resolver el famoso problema de la base de Hilbert (búsqueda de un conjunto finito de invariantes que generen a todos los demás).

### LOS DOS TEOREMAS DE NOETHER: SU INESTIMABLE APORTACIÓN A LA FÍSICA TEÓRICA

**Teorema 1 (global):** "Sea un sistema descrito por una acción  $S$ , invariante bajo un grupo de simetría finito en el sentido de Lie (transformaciones que dependen de un número  $n$  de parámetros). Entonces, existen  $n$  corrientes conservadas".

$$j_a^\mu := \mathcal{L} \frac{\delta x^\mu}{\delta \epsilon^a} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \Phi)} \frac{\delta_0 \Phi}{\delta \epsilon^a} \quad \partial_\mu j_a^\mu = 0.$$

**Teorema 2 (local):** "Sea un sistema dinámico descrito por una acción  $S$ , invariante bajo un grupo de simetría infinito en el sentido de Lie (transformaciones que dependen de  $n$  funciones de  $x$ ). Entonces, existen  $n$  relaciones entre las derivadas funcionales de la acción (ecuaciones del movimiento)".

El segundo teorema ayudó a entender mejor el problema de la conservación de la energía que motivó la investigación de Emmy: se obtenían identidades tipo  $0=0$  por la invariancia bajo difeomorfismos (principio de Covariancia General).

Ambos teoremas fueron casi olvidados durante muchos años. A parte de los prejuicios, esto pudo deberse a que Noether se adelantó a su tiempo (los grupos de Lie eran desconocidos por los físicos, y no estaba totalmente generalizado el uso de principios variacionales). Fue a finales de los 50 cuando se recuperaron los teoremas y cobraron su importancia actual.

### MADRE DEL ÁLGEBRA MODERNA

Su desarrollo de la teoría de anillos, módulos, ideales... (los **anillos noetherianos**, y muchos objetos más, llevan su nombre) y sus progresos en álgebra no conmutativa unificaron muchos conocimientos. Estos son sus logros más importantes y que más fama le dan entre los matemáticos. Revolucionó el álgebra, gracias a dar prioridad a conceptos sobre operaciones. Los dos conceptos clave que Noether sistematizó son:

**Anillo:** terna  $(A, +, \cdot)$ , con  $(A, +)$  grupo abeliano y  $\cdot$  una operación (producto) asociativa y distributiva respecto a la suma  $+$  del grupo.

**Ideal:** subconjunto  $I$  de un anillo  $A$ , que es subgrupo con la suma y tal que  $a \cdot x \in I$ ,  $x \cdot a \in I$  para cualesquiera  $a \in A$  y  $x \in I$ .

"Cuando obtuve un puesto permanente en Göttingen, con el mayor interés intenté del Ministerio conseguir para Emmy un puesto mejor, ya que me avergonzaba ocupar una posición por encima. [...] Tradición, prejuicio, consideraciones externas, pesaron en contra de sus méritos y grandeza científica, que por entonces nadie negaba. Durante mis años en Göttingen, sin duda fue ella el centro de la actividad matemática más poderosa".

Hermann Weyl

"Fue ella quien nos enseñó a pensar en términos de conceptos algebraicos generales: homomorfismos, grupos, anillos... más que en términos de complicados cálculos algebraicos. Ella, por tanto, nos llevó a descubrir principios unificadores en lugares donde habían estado tapados por complicadas condiciones específicas".

Pavel Alexandroff

"Estoy impresionado de que alguien pueda comprender este asunto desde un punto de vista tan general. No le haría ningún daño a la vieja guardia de Göttingen aprender un par de cosas de la señorita Noether".

Albert Einstein

#### BIBLIOGRAFÍA

Auguste Dick, *Emmy Noether 1882-1935*, Birkhäuser, 1981  
Capi Corrales Rodríguez, *Matemáticas y matemáticas: vida y obra de Emmy Noether*, Universidad de Sevilla, 2003  
David E. Rowe, *Emmy Noether on Energy Conservation in General Relativity*, <https://arxiv.org/abs/1912.03269>  
Belén Valenzuela Requena, *Emmy Noether*, Revista Española de Física, Vol 32, N°1, 2018

1882 ..... Nace en **Erlangen** (Alemania), hija del matemático **Max Noether**.

1900 ..... Comienza a recibir clases en la Universidad de **Erlangen-Nuremberg**. Puede asistir como oyente, siempre y cuando cuente con el permiso previo del profesor. De casi mil matriculados, solo hay dos mujeres.

1903 ..... Aprueba el examen de graduación. Tras ello, viaja un semestre a **Göttingen**, centro neurálgico de las matemáticas, donde recibe clases de figuras de la talla de Schwarzschild, Minkowski, Hilbert y Klein, y es compañera de Weyl. Sin embargo, se relajan las leyes en Erlangen, por lo que regresa para doctorarse.

1907 ..... Obtiene el título de doctora con su tesis "**Sobre la construcción de los sistemas formales de las formas ternarias bicuadráticas**", dirigida por **Paul Gordan**.

1908 ..... Permanece en Erlangen, donde no se la permite habilitarse por su condición de mujer. A pesar de la prohibición, gracias a ser su padre profesor y por estar este enfermo, Emmy imparte algunas clases y supervisa a sus estudiantes (sin cobrar). Sigue sus trabajos, que se hacen conocidos: el **Circolo Matematico di Palermo** la convierte en miembro.

1909 ..... Es nombrada miembro de la **Sociedad Matemática Alemana**, y empieza a dar conferencias en sus reuniones.

1915 ..... Recibe una invitación desde Göttingen de parte de **Klein** y **Hilbert** que, impresionados por su obra, intentan buscarle un puesto de profesora. Ante la imposibilidad de esto, Hilbert hace aparecer a Emmy como asistente suya para que ella pueda dar clases (de nuevo sin cobrar).

1917 ..... En 1915 **Einstein** publica la **Teoría de la Relatividad General**, un filón para los matemáticos de la época, y Hilbert y Klein piden la ayuda de Noether para tratar el problema de la conservación de la energía.

1918 ..... Soluciona las preguntas de Hilbert y Klein y logra mucho más, publicando su célebre "**Invariante Variationsprobleme**", donde se demuestran los dos teoremas que llevan su nombre.

1919 ..... Termina la I Guerra Mundial con buenas consecuencias para las mujeres. Con el apoyo de sus mentores y usando como tesis de habilitación el "**Invariante Variationsprobleme**", consigue por fin convertirse en profesora. Eso sí, lo hace como **Privatdozent**: tutora privada sin sueldo reglado, cobrando lo que los alumnos deciden pagar. Su carácter, talento y generosidad para compartir ideas hace que muchos alumnos (los "**Noether boys**") se agrupen en torno a ella.

1933 ..... Hasta este año, vive en Göttingen y son muchos sus éxitos académicos: estancia en **Moscú** (1928) donde trabaja con **Alexandroff**, primera mujer conferenciante plenaria del **Congreso Internacional de Matemáticos** en Zurich (1932), **Premio Ackermann-Teubner Memorial** (1932)... A pesar del reconocimiento indiscutible, nunca llega a catedrática. La llegada de Hitler al poder la relega de su puesto por su ascendencia judía. Ante esto, no deja de enseñar, y se reúne con los alumnos en su casa de forma clandestina. Su amigo y colega **Weyl** busca para ella una plaza en el **Bryn Mawr College** para señoritas en EEUU, y, junto a Einstein, logra que se le permita impartir seminarios semanales en **Princeton** a pesar de no poder ser docente allí.

1935 ..... Imprevistos en una operación llevan a su fallecimiento con 53 años, truncando trágicamente su difícil trayectoria académica.