Nombre ______________________________ D.N.I. ______________

Firma ______________________________

Licenciatura en Física - Física computacional - Curso 2011/12
Examen final – 29 de mayo de 2012

Estos ejercicios forman la parte externa del examen final de la asignatura. Como quiera que en algunos de ellos es necesario escribir un pequeño código Maple para resolverlos, su enunciado se facilita con antelación. Deben ser entregados a los prefesores de la asignatura antes de las 9:30 horas del 1 de junio de 2012.

Problema 1. Ejercicio número 31 (pozos finito e infinito) de la primera parte del curso.

Problema 2. Estúdiese la estabilidad absoluta del esquema numérico

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}\left[\,3\,f(t_n, y_n) - f(t_{n-1}, y_{n-1})\,\right].$$

Problema 3. Considérese el problema de contorno unidimensional

$$\left.\begin{array}{ll} y''(x) = p(x)\,y'(x) + q(x)\,y(x) + r(x) & \qquad a \le x \le b \\ y'(a) = \alpha, \quad y'(b) = \beta & \end{array}\right\}, \tag{3}$$

con $p(x)$, $q(x)$ y $r(x)$ continuas en $[a, b]$ y $q(x) > 0$ en $[a, b]$.

(a) Formúlense **dos** problemas de valores iniciales de forma que la solución de problema de contorno sea combinación lineal de sus soluciones. Determínense los coeficientes de dicha combinación lineal.

(b) Escríbase un código Maple en el que se aplique el método discutido al problema diferencial

$$\left.\begin{array}{ll} y''(x) + \dfrac{2}{x}\,y'(x) + \left(1 - \dfrac{2}{x^2}\right) y(x) = \cos(x) & \qquad \pi \le x \le 2\pi \\ y'(\pi) = 1, \quad y'(2\pi) = -1 & \end{array}\right\}.$$

Utilícese RK4 como método numérico para resolver los problemas iniciales. Compárese la solución numérica obtenida con la analítica.

<u>Nota.</u> Es necesario entregar el código en formato impreso y una figura en la que aparezcan las gráficas de las soluciones numéricas de los problemas iniciales, la de la solución numérica del

problema de contorno y la de la solución analítica. No hay que entregar tablas con los valores numéricos de las soluciones.

Problema 4. Sea $f(x,y)$ una función armónica de dos variables en un dominio $\Omega \subset \mathbf{R}^2$. Es decir, $\Delta f = 0$, donde $\Delta f = f_{xx} + f_{yy}$ denota el laplaciano. Supóngase que f es de clase C^∞ en Ω. Construir a partir de $f(x+rh, y+sh)$, con $r, s = 0, \pm 1$, una diferencia finita D cuya acción $Df(x,y)$ sobre f aproxime el laplaciano Δf tal que

$$Df - \Delta f = O(h^3)\,.$$