UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
DEPARTAMENTO DE FISICA TEORICA
MJRPlaza

Cálculo para IEC

Página web de la asignatura: teorica/ft8/xxx.html

"Short, simple, straight and logical... some art forms like to get baroque, but in math the point is simplicity." –Walter A. Strauss.

Los libros de donde se toman los ejercicios están indicados entre corchetes, así [MBoas] es Mary L. Boas, [PAr] son los apuntes de J.I. Aranda Iriarte, [MT] es Marsden&Tromba, etc. Todos se pueden descargar de la red en pdf. El de MBoas, *Mathematical Methods in The Physical Sciences* tiene la portada roja y azul y un dibujo de un campo vectorial.
Los problemas en **rojo** se proponen como ejercicios al alumno. Los problemas en negro los hago yo en clase. La solución de algunos de estos problemas se encuentra en la página web de la asignatura. Pero la de todos las tengo en mis apuntes. Me las piden y se las digo en clase.

Tema I: FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES, CONTINUIDAD Y DIFERENCIACIÓN

Introducción. Curvas de nivel. Límites y continuidad de funciones. Diferenciación parcial. Series de potencias en dos variables. Diferenciales totales. Regla de la cadena o diferenciación de una función de funciones. Diferenciación implícita. Gradiente y derivada direccional. Plano tangente.

Hmmmm

1. [Continuidad de funciones] Estudiar la continuidad de las siguientes funciones: a) $f(x,y) = x \sin \dfrac{1}{x^2+y^2}$ cuando $(x,y) \neq (0,0)$ y $f(0,0) = 0$, b) $f(x,y) = \dfrac{x^2y^2}{x^2y^2+(x-y)^2}$ cuando $(x,y) \neq (0,0)$ y $f(0,0) = 0$.

2. [Diferenciación implícita] [MBoas, pg 203] If $pv^a = C$ where a, C are constants, find dv/dp and d^2v/dp^2.

3. • [Diferenciación implícita] [MBoas, pg 203] If $ye^{xy} = \sin x$, find dy/dx and d^2y/dx^2 at $(0,0)$. *Nota:* Al hacer este problema no olvide comprobar que $(0,0)$ es un punto de la curva.

4. • [Diferenciación implícita] [MBoas, pg 203] If $x^y = y^x$, find dy/dx at $(2,4)$. *Nota:* Es de profesionales comprobar que $(2,4)$ es un punto de la curva.

5. • [MT] Calcular el gradiente de $f(x,y,z)$ dada por a) $1/\sqrt{x^2+y^2+z^2}$, b) $xy+yz+zx$, c) $1/(x^2+y^2+z^2)$

6. [Gradient, directional derivative] [MBoas, pg 294] Find the derivative of xy^2+yz at $(1,1,2)$ in the direction of the vector $2\mathbf{i}-\mathbf{j}+2\mathbf{k}$.

7. • [Gradient, directional derivative] [MBoas, pg 294] Find the derivative of $ze^x \cos y$ at $(1,0,\pi/3)$ in the direction of the vector $\mathbf{i}+2\mathbf{j}$.

8. [Tangent plane] [MBoas, pg 294] Find a vector normal to the surface $x^2+y^2-z=0$ at the point $(3,4,25)$. Find the equations of the tangent plane and normal line to the surface at the

point.

9. [Gradient, directional derivative] Recuerde, una función $f(x, y)$ *crece más deprisa* en la dirección del gradiente y *decrece más deprisa* en la dirección contraria, o sea en $-\nabla f$.

10. Determinar las constantes a, b, c para que la derivada direccional de la función $f(x, y, z) = axy^2 + byz + cz^2x^3$ en el punto $(1, 2, -1)$ sea máxima en la dirección del vector $(0, 0, 1)$ y que valga 64.

SOLUCIONES

2 $dv/dp = -v/(ap)$, $d^2v/dp^2 = v(1+a)/(ap)^2$. Claramente si $a = -1$ esta segunda derivada es cero porque v depende linealmente de p, o sea que $v = bp$ con b una constante.

3 $y' = 1, y'' = 0$

4 $dy/dx = 4(\log 2 - 1)/(2\log 2 - 1)$

6 0 porque el vector $2\mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ es tangente a la superficie de nivel $c = 3$ en el punto dado.

7 $\pi e/(3\sqrt{5})$

8 A vector can be $(6, 8, -1)$. $6x + 8y + z - 25 = 0$. $(x-3)/6 = (y-4)/8 = (z-25)/(-1)$ or in parametric form $x = 6t + 3, y = 8t + 4, z = -t + 25$

10 $a = 6, b = 24, c = -8$