Física cuántica I - Colección de ejercicios cortos

http://teorica.fis.ucm.es

En las siguientes cuestiones **una y sólo una** de las cuatro respuestas ofrecidas es correcta. Dígase cuál. Es conveniente hacer estos ejercicios sin libros o apuntes aunque a veces se facilita una pequeña ayuda. Las soluciones se encuentran al final de los enunciados.

1. Luz monocromática de longitud de onda 4 125 Å incide sobre una placa de potasio cuya función de trabajo es 2.015 eV. Si la luz incidente tiene una intensidad de 3.125×10^{-13} w cm^{-2}, ¿cuál es el número de electrones que la placa emite por cm^2 y segundo si los electrones absorben toda la radiación que llega a la placa?

   $A : 6.49 \times 10^5$ electrones cm^{-2} s^{-1} $\quad$ $B : 0$
   $C : 4.33 \times 10^4$ electrones cm^{-2} s^{-1} $\quad$ $D : 3.01 \times 10^6$ electrones cm^{-2} s^{-1}

   Datos: $hc = 19.685 \times 10^{-17}$ erg cm, $1\,\text{eV} = 1.602 \times 10^{-12}$ erg, $m_e c^2 = 5.11 \times 10^5$ eV, $\hbar = 1.055 \times 10^{-27}$ erg s.

2. ¿Cuál de estas afirmaciones acerca de los armónicos esféricos $Y_l^m(\theta, \phi)$ es cierta?:

   A: Todos los armónicos esféricos Y_l^m tienen simetría esférica
   B: Sólo Y_0^0 es de simetría esférica
   C: Todos los armónicos Y_l^0 son de simetría esférica
   D: Ningún armónico esférico es esféricamente simétrico

3. Un átomo de hidrógeno tiene en un cierto instante un estado cuya función de onda es proporcional a
$$\phi_{200} + \frac{2}{\sqrt{2}}\phi_{210} + \frac{i}{\sqrt{2}}\left(\phi_{211} + \phi_{21-1}\right).$$
   El valor esperado de $\mathbf{L}^2$ en dicho estado es

   $A : 3\hbar^2/2 \qquad B : \hbar^2/2 \qquad C : 6\hbar^2 \qquad D : \hbar^2$

4. ¿Cuál es la dependencia con la temperatura del número total de fotones emitidos por un cuerpo negro?

   $A : T^4 \qquad B : T^3 \qquad C : T \qquad D : T^{3/2}$

   Ayuda: se recomienda hacer uso de la ley de Wien: $\rho_T(\nu) \propto \nu^3 f(\nu/T)$.

5. Considere una partícula en un pozo de potencial unidimensional infinito entre $x = 0$ y $x = L$. Si la partícula se encuentra en el decimotercer estado excitado, calcule $\langle x \rangle$.

   $A : L/2 \qquad B : L/\sqrt{2} \qquad C : 0 \qquad D : L$

6. Un electrón se prepara en un autoestado del operador $(S_x + S_y)/\sqrt{2}$ con autovalor $\hbar/2$. Calcular la probabilidad de que al medir el operador S_x se obtenga el valor $\hbar/2$.

   $A : 1/4 \qquad B : 1 \qquad C : 1/2 \qquad D : (2 + \sqrt{2})/4$

   Ayuda: Las matrices de Pauli son:
$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

7. En una colisión Compton el fotón es dispersado hacia atrás (ángulo de dispersión igual a π). Si la longitud de onda del fotón incidente es $1\,\text{Å}$, la longitud de onda de De Broglie asociada al electón dispersado es:

$A: 3.5\,\text{fm} \qquad B: 0.51\,\text{Å} \qquad C: 0.046\,\text{Å} \qquad D: 1.23\,\text{Å}$

Datos: $\lambda_C = 0.024\,\text{Å},\ hc = 19.8 \times 10^{-26}\,\text{J m},\ m_e c^2 = 81.9 \times 10^{-15}\,\text{J}$.

8. Un oscilador armónico isótropo en tres dimensiones se encuentra en un estado cuya energía es $E = \dfrac{7}{2}\hbar\omega$. ¿Cuál es la degeneración del nivel?

$A: 12 \qquad B: 1 \qquad C: 3 \qquad D: 6$

9. Un electrón se halla en el estado de spin no normalizado $|k\rangle = (1+i)\,|\frac{1}{2},\frac{1}{2}\rangle + |\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\rangle$. Evaluar $\langle S_x\rangle$ en dicho estado. (No se facilita ninguna ayuda más).

$A: \dfrac{\hbar}{2} \qquad B: 0 \qquad C: -\dfrac{\hbar}{2} \qquad D: \dfrac{\hbar}{3}$

10. En un estado $|jm\rangle$ se sabe que $\langle jm|(J_x^2 + J_y^2)|jm\rangle = 2$ (hemos tomado $\hbar = 1$). ¿Cuál de las siguientes respuestas es correcta?

$A: j = 2, m = 0 \qquad B: j = 3/2, m = 1/2 \qquad C: j = 1, m = 1, \qquad D: j = 2, m = -2$

11. Considérese la función de onda $Y_1^1(\theta,\phi)\chi_{1/2}^{1/2}$, donde $Y_1^1(\theta,\phi)$ es el armónico esférico y $\chi_{1/2}^{1/2}$ es el estado de spin con $s = 1/2$, $m_s = 1/2$. Si $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ es el momento angular total, ¿cuál es el valor de $\mathbf{J}^2$ en dicho estado?

$A: \dfrac{3}{4}\hbar^2 \qquad B: \dfrac{9}{4}\hbar^2 \qquad C: \dfrac{15}{4}\hbar^2 \qquad D: \dfrac{3}{2}\hbar^2$

12. La función de ondas de una partícula en un pozo de potencial unidimensional infinito centrado en el origen y anchura $2L$ es

$$\psi(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } |x| > L/2 \\ K & \text{si } |x| \leq L/2 \end{cases},$$

donde K es una constante. Calcular Δx en dicho estado.

$A: \Delta x = 0 \qquad B: \Delta x = 2L \qquad C: \Delta x = L/2 \qquad D: \dfrac{L}{2\sqrt{3}}$

13. Un átomo de hidrógeno se encuentra en un estado cuya energía es $E = -\dfrac{13.6}{16}\text{e}V$. Se sabe que la función de onda que representa a dicho estado es impar y que el valor medio $\langle \mathbf{L}^2\rangle$ en tal estado es $6\hbar^2$. Al medir $\mathbf{L}^2$ la probabilidad de encontrar el valor $2\hbar^2$ será:

Ayuda: Consultar la cuestión 32.

$A: 0 \qquad B: 1 \qquad C: 3/5 \qquad D: 1/2$

14. Sean ν_m y ν_M las frecuencias menor y mayor de las desexcitaciones al nivel $n = 5$ en un átomo de hidrógeno (serie Pfund). ¿Cuáles de los siguientes valores representa el cociente ν_m/ν_M?

$A: 36/11 \qquad B: \infty \qquad C: 6 \qquad D: 6/5$

15. Considérese el hamiltoniano tridimensional

$$H = \frac{\mathbf{P}^2}{2m} + g \ln \frac{r}{a}, \qquad r = |\mathbf{x}|, \quad g > 0,\ a > 0.$$

Usando argumentos cualitativos decir si:

A: Hay estados ligados y estados de colisión B: Hay sólo estados ligados
C: Hay sólo estados de colisión D: No hay ni estados ligados ni de colisión

16. Sea un oscilador armónico bidimensional tal que $V(x,y) = \frac{1}{2}(k_1\, x^2 + k_2\, y^2)$. En el caso $k_1 = 4k_2$, ¿Cuál es la degeneración del estado 2000?

$A: 1001 \qquad B: 251 \qquad C: 1 \qquad D: 501$

17. El conmutador $\left[\mathbf{X}^2, \mathbf{P}^2\right]$ es igual a

$A: \hbar^2/4 \qquad B: 0 \qquad C: \mathbf{L}^2 \qquad D: 2\, i\hbar\, [\mathbf{X}\cdot\mathbf{P} + \mathbf{P}\cdot\mathbf{X}]$

18. ¿Cuál es la degeneración del tercer nivel de energía de un oscilador armónico isótropo bidimensional?

$A: 1 \qquad B: 3 \qquad C: 4 \qquad D: 2$

19. Un átomo de hidrógeno se encuentra en un estado descrito por la función de ondas

$$\psi(r,\theta,\phi) = \left(\frac{1}{2a_0}\right)^{3/2} \left(2 - \frac{r}{a_0}\right) e^{-r/2\,a_0} \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos\theta.$$

¿A qué distancia del núcleo tiene un máximo local la probabilidad radial de encontrar al electrón?

$A: a_0 \qquad B: 2a_0 \qquad C: \pi a_0 \qquad D: (3+\sqrt{5})\, a_0$

20. ¿Cuáles de las siguientes parejas dobles de valores (l,s) pueden dar ambas un momento angular $j = 3/2$?

$A: (1, 1/2)$ y $(3, 1/2)$ $B: (4, 1/2)$ y $(1, 7/2)$
$C: (2, 3/2)$ y $(3, 3/2)$ $D: (2, 1/2)$ y $(3, 1)$

21. Una partícula en un potencial oscilador armónico unidimensional se encuentra en el estado

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|\,0\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|\,1\rangle.$$

Calcular $\langle x\rangle$.

Ayuda: $a = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\alpha x + \frac{i\,P}{\alpha\hbar}\right), \quad a|n\rangle = \sqrt{n}\,|n-1\rangle, \quad a^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}\,|n+1\rangle$

$A: -1/(\sqrt{2}\alpha) \qquad B: 1/(\sqrt{2}\alpha) \qquad C: i/(\sqrt{2}\alpha) \qquad D: 0$

22. Los niveles de energía del átomo de hidrógeno relativista dependen del número cuántico principal n y del momento angular total j, resultante de componer el momento angular orbital con el spin del electrón. Si $j = 5/2$, ¿cuál es el menor valor posible del número cuántico principal?

$$A : n = 2 \qquad B : n = 4 \qquad C : n = 3 \qquad D : n = 5$$

23. Una partícula se halla en un estado físico del que se sabe que: (a) al medir su energía sólo se pueden obtener los valores 1 eV, 2 eV y 4 eV; b) el valor medio de la energía es 2 eV; c) la dispersión cuadrática de la energía es $\sqrt{3/2}\,$eV. ¿Cuál es la probabilidad de que al medir la energía se obtenga el valor 2 eV?

$$A : 1/4 \qquad B : 3/4 \qquad C : 1/2 \qquad D : 0$$

24. Para una partícula libre el principio de incertidumbre que relaciona las indeterminaciones simultáneas de la posición x y la longitud de onda λ viene dado por la expresión

$$A : \Delta\lambda\Delta x \geq \frac{\hbar}{4\lambda} \qquad B : \Delta\lambda\Delta x \geq \frac{\lambda^2}{4\pi} \qquad C : \Delta\lambda\Delta x \geq \frac{1}{4\pi} \qquad D : \Delta\lambda\Delta x \leq \frac{\hbar}{2}$$

25. Un oscilador armónico unidimensional $V(x) = \frac{1}{2}Kx^2$ se encuentra en el tercer estado excitado. ¿Cuál es la región permitida clásicamente?

$$A : |x| \leq \frac{3\hbar\omega}{K} \qquad B : |x| \geq \frac{3\hbar\omega}{K} \qquad C : |x| \leq 3\sqrt{\frac{\hbar\omega}{K}} \qquad D : |x| \leq \sqrt{\frac{7\hbar\omega}{K}}$$

26. Calificar las siguientes afirmaciones:

(a) Es posible medir los operadores $\mathbf{P}^2 = P_x^2 + P_y^2 + P_z^2$ y $L_z = xP_y - yP_x$ simultáneamente y con precisión arbitrariamente grande.

(b) Es posible medir los operadores z y L_z simultáneamente y con precisión arbitrariamente grande.

A: (a) Falsa, (b) Cierta B: (a) Cierta, (b) Falsa
C: (a) Falsa, (b) Falsa D: (a) Cierta, (b) Cierta

27. Una partícula sometida a un potencial central se encuentra en un estado descrito por la función de onda no normalizada $\psi(x, y, z) = (x + y + z)\, \exp(-r^2/2)$. ¿Cuánto vale $\langle \mathbf{L}^2 \rangle_\psi$?

Ayuda:

$$Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos\theta, \qquad Y_1^{\pm 1} = \mp\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta\, e^{\pm i\,\phi},$$

donde θ, ϕ son las coordenadas angulares en esféricas.

$$A : 6\hbar^2 \qquad B : 2\hbar^2 \qquad C : \hbar^2 \qquad D : 0$$

28. Usando las reglas de conmutación de los operadores de momento angular calcular el valor medio de L_x en un autoestado de L_z. Dicho valor medio es:

$$A : \hbar \qquad B : -\hbar \qquad C : 0 \qquad D : m\hbar$$

29. Si un átomo de hidrógeno se encuentra en el estado cuántico normalizado $R_{21}(r)\, Y_1^1(\theta, \phi)$ donde $Y_1^1(\theta, \phi) = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta\, e^{i\,\phi}$ y se le somete a una perturbación $H' = -\lambda\, sin^2\phi$, ¿cuál sera la variación de la energía correspondiente en primer orden de perturbaciones?

$$A : -\lambda \qquad B : 0 \qquad C : -\lambda/2 \qquad D : \lambda/\sqrt{2}$$

30. ¿Cuál es la longitud de onda máxima de la radiación que puede emitir una partícula encerrada en un potencial unidimensional infinito de anchura L?

$$A : \infty \qquad B : \frac{8mcL^2}{h} \qquad C : \frac{8mcL^2}{3h} \qquad D : \frac{mcL^2}{h}$$

31. Una partícula de masa m se encuentra en un pozo de potencial rectangular de anchura L con paredes absolutamente impenetrables ($V \to \infty$). ¿Cuál es la indeterminación en el momento en el n-simo estado estacionario?

$$A : 0 \qquad B : hn/2L \qquad C : \hbar/2n \qquad D : \hbar/2L$$

Comentario: Una vez hecho el ejercicio consulte el apartado (a) de la cuestión 34: la indeterminación pedida se obtiene en un santiamén.

32. En tres dimensiones, el operador paridad $\mathbb{P}$ se define como $\mathbb{P}\psi(x, y, z) = \psi(-x, -y, -z)$. ¿Cuál es la paridad de las siguientes funciones?

$$\psi_1 = A\,(x + y + z)\,e^{-(x^2+y^2+z^2)} \qquad \text{(coord cartesianas)}$$
$$\psi_2 = B\,re^{-r^2}\cos\theta \qquad \text{(esféricas)}$$
$$\psi_3 = C\,\frac{\sqrt{\rho^2 + z^2}}{z^5}\sin\phi \qquad \text{(cilíndricas)}$$

$$A : -1, 1, 1 \qquad B : -1, -1, -1 \qquad C : -1, -1, 1 \qquad D : 1, 1, -1$$

33. Los operadores A, B, C, D satisfacen las siguientes reglas de conmutación: $[A, C] = [B, D] = 0$, $[A, D] = [B, C] = \mathbb{1}$. El operador $[[A, B], [C, D]]$ es igual a

$$A : AC - AD - BC + BD \qquad B : AC - AD + BC - BD \qquad C : ABCD \qquad D : 0$$

34. Considere las dos afirmaciones siguientes (están escritas juntas pero son independientes la una de la otra):

(a) Una partícula se mueve en un potencial unidimensional $V(x)$. El valor esperado del momento en un estado estacionario es cero.

(b) La función de ondas de un estado ligado puede elegirse siempre real.

Estas afirmaciones son

A: (a) Falsa, (b) Cierta   B: (a) Cierta, (b) Cierta
C: (a) Falsa, (b) Falsa   D: (a) Cierta, (b) Falsa

Ayuda: Para contestar a (a) evalúe el conmutador $[H, X]$.

Comentario: Si (b) fuera cierta implicaría que la densidad de corriente de probabilidad $\mathbf{j}(x, t)$ es cero para cualquier estado ligado en una dimensión.

35. Los niveles energéticos para una partícula de masa m en el potencial parabólico $V(x) = kx^2/2 + \alpha x$, donde αx no puede considerarse una perturbación, vienen dados por

$$A : (n + 1/2)\,\hbar\sqrt{k/m} \qquad B : (n + 1/2)\,\hbar\sqrt{k/m} + \alpha^2/k$$
$$C : (n + 1/2)\,\hbar\sqrt{k/m} - \alpha^2/(2k) \qquad D : (n + 1/2)\,\hbar\sqrt{k/m} + \alpha^2/(2k)$$

36. Sea $H = \dfrac{P^2}{2m} + V(x)$ el hamiltoniano de un sistema unidimensional, y sean $|\varphi_n\rangle$, $n = 1, 2, \ldots$ los autoestados de H con autovalores E_n. Si A es un observable cualquiera, calcular $\langle\varphi_n|[A, H]|\varphi_n\rangle$.

$A : 0$ $\quad B : -E_n \langle\varphi_n|A|\varphi_n\rangle$ $\quad C : 2\, E_n \langle\varphi_n|A|\varphi_n\rangle$ $\quad D : E_n \langle\varphi_n|A|\varphi_n\rangle$

37. Si el spin total de un sistema de dos electrones es igual a cero ($S = 0$), el valor esperado de $S_{1x}\, S_{2x}$ en dicho estado viene dado por: (S_{ix}, $i = 1, 2$, es la primera componente del spin del electrón i)

$A : 3\hbar^2/4$ $\quad B : -\hbar^2/4$ $\quad C : 0$ $\quad D : \hbar^2$

38. Considérese una bombilla que emite 60 W de radiación como un cuerpo negro a 3 000 K. ¿Cuál es la superficie efectiva de su filamento?

$A : 3.1 \times 10^{-5}\,\mathrm{m}^2$ $\quad B : 2.3 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}^2$ $\quad C : 5.4 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}^2$ $\quad D : 1.3 \times 10^{-5}\,\mathrm{m}^2$

Datos (hay más de los que hacen falta): $k_B = 1.38 \times 10^{-23}$ J K^{-1} $= 8.61 \times 10^{-5}$ eV K^{-1}, $c = 3 \times 10^8$ m s^{-1}, $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$ J s^{-1} m^{-2} K^{-4}.

39. Calcule en primer orden de teoría de perturbaciones la energía del estado fundamental de un átomo de hidrógeno sometido a una perturbación $H' = BS_x$, donde S_x es el operador de spin según el eje X y $B = 1.5 \times 10^{15}\,\mathrm{s}^{-1}$.

$A : -14.6\,\mathrm{eV}$ $\quad B : -14.1\,\mathrm{eV}$ $\quad C : -15\,\mathrm{eV}$ $\quad D : -13.6\,\mathrm{eV}$

40. Si en un átomo de hidrógeno el electrón se halla en un estado cuya función de onda es

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{2}}\psi_{210}(\mathbf{r}) + \frac{i}{\sqrt{2}}\psi_{21-1}(\mathbf{r}),$$

el valor esperado de L_x es igual a

$A : 0$ $\quad B : \hbar/2$ $\quad C : \sqrt{\hbar}$ $\quad D : i\hbar\sqrt{2}$

Ayuda: $L_\pm|lm\rangle = \hbar\sqrt{(l \mp m)(l \pm m + 1)}\,|l, m \pm 1\rangle$.

41. Sea el oscilador armónico tridimensional en el que $\omega_x = \omega_y = \sqrt{2}\,\omega_z$. Se cumple

A: Todos los autoestados, a excepción del fundamental, son degenerados
B: El tercer nivel excitado es no degenerado
C: La degeneración del nivel n-simo es siempre mayor que la del nivel m-simo ($n > m$)
D: Todos los autoestados son no degenerados

42. Calcúlese $\langle l\, l|(L_+ L_-)^2|l\, l\rangle$.

$A : 4\, l^2\hbar^4$ $\quad B : 0$ $\quad C : l^2\,(l+1)^2\hbar^4$ $\quad D : l^2\hbar^4$

Ayuda: $L_+ = L_x + i\, L_y$ y $L_- = L_x - i\, L_y$.

43. El positronio es un sistema que consta de un positrón y un electrón. El positrón es una partícula que tiene la misma masa que el electrón y carga opuesta. ¿Cúal es la relación entre la longitud de onda $\lambda_{\rm pos}$ de un fotón emitido en la transición de $n = 4$ a $n = 3$ en el positronio y la del fotón $\lambda_{\rm h}$ emitido en la misma transición en el hidrógeno?

$A : \lambda_{\rm pos} = \lambda_{\rm h}$ $\quad$ $B : \lambda_{\rm pos} = 2\,\lambda_{\rm h}$ $\quad$ $C : \lambda_{\rm pos} = 0.5\,\lambda_{\rm h}$ $\quad$ $D : \lambda_{\rm pos} = 0.25\,\lambda_{\rm h}$

44. Un oscilador armónico unidimensional se encuentra en el estado $|\psi\rangle = \cos\gamma\,|0\rangle + \sin\gamma\,|2\rangle$, donde $|n\rangle$ son los estados estacionarios del oscilador y γ es un ángulo. La dispersión cuadrática media de la energía en el estado $|\psi\rangle$, $\Delta_\psi H$, es

$A : 0$ para todo γ $\quad$ $B : (\hbar\omega)^2\cos^2\gamma$ $\quad$ $C : (\hbar\omega\sin\gamma)/2$ $\quad$ $D : \hbar\omega|\sin 2\,\gamma|$

45. Una de las siguientes reglas de conmutación entre componentes del momento angular orbital y del momento lineal es falsa. Dígase cuál.

$A : [L_x, p_y^2] = 2i\hbar p_y p_z$ $\quad$ $B : [L_x, p_x] = 0$ $\quad$ $C : [L_x, p_y] = i\hbar p_z$ $\quad$ $D : [L_x^2, p_y] = \hbar^2 p_y$

46. ¿Cuál es la posición media de una partícula cuya función de onda es

$$\psi(x, y, z) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{3/4} e^{-[(x-x_0)^2+y^2+z^2]}?$$

$A : \left(\sqrt{2}\,x_0/\pi, \sqrt{2}/\pi, \sqrt{2}/\pi\right)$ $\quad$ $B : \left(\sqrt{\pi}\,x_0/2, 0, 0\right)$ $\quad$ $C : \left(x_0, \sqrt{\pi}/2, \sqrt{\pi}/2\right)$ $\quad$ $D : (x_0, 0, 0)$

47. Sea el escalón de potencial

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \le 0 \\ -V_0 & \text{si } x > 0 \end{cases},$$

donde $V_0 > 0$. Un haz unidimensional de partículas de masa m y energía $E = 9V_0/16$ incide desde $x = -\infty$ sobre dicho escalón. El coeficiente de reflexión vale:

$A : 1/16$ $\quad$ $B : 0$ $\quad$ $C : \hbar/2$ $\quad$ $D : 1$

48. Una partícula se encuentra en un estado propio de L_x y de $\mathbf{L}^2$ con valor propio $2\hbar$ y $6\hbar^2$, respectivamente. Calcular la probabilidad de obtener el valor 0 como resultado de la medida de L_z.

$A : 3/8$ $\quad$ $B : 0$ $\quad$ $C : 1/2$ $\quad$ $D : 1/6$

49. Dos partículas diferentes de la misma masa m están obligadas a moverse en una dimensión con una interacción descrita por el potencial $V(x_1, x_2) = \frac{1}{2}m\omega^2(x_1 - x_2)^2$. La energía del estado fundamental del sistema es

$A : \hbar\omega$ $\quad$ $B : \hbar\omega/\sqrt{2}$ $\quad$ $C : \hbar\omega/2$ $\quad$ $D : \hbar\omega/\sqrt{8}$

36 A: 0

29 C: $-\lambda/2$

16 A: 1001

40 A: 0. C no puede ser porque dimensionalmente es incorrecta y D tampoco porque el resultado ha de ser real.

25 D: $|x| \leq \sqrt{7\hbar\omega/K}$

10 D: $j = 2, m = -2$

14 A: 36/11

46 D: $(x_0, 0, 0)$

18 B: 3

13 C: 3/5

4 B: T^3

32 C: $-1, -1, 1$

39 D: $-13.6\,\mathrm{eV}$, porque con esa perturbación no hay corrección a la energía del estado fundamental.

15 B: Hay sólo estados ligados.

21 D: 0

45 D: $[L_x^2, p_y] = \hbar^2 p_y$

8 D: 6

24 B: $\Delta\lambda\Delta x \geq \dfrac{\lambda^2}{4\pi}$. En este caso y sin hacer ni un número la respuesta no puede ser otra: es la única que tiene las dimensiones correctas. Aunque también se puede echar la cuenta.

2 B: Sólo Y_0^0 es de simetría esférica: es una constante. El resto depende de los ángulos θ, ϕ que determinan la dirección en una esfera.

1 A: 6.49×10^5 electrones $\mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{s}^{-1}$

48 A: 3/8

20 C: $(2, 3/2)$ y $(3, 3/2)$

27 B: $2\hbar^2$

49 B: $\hbar\omega/\sqrt{2}$. Escríbase el hamiltoniano del movimiento relativo de las dos partículas y se verá que aparecen dos masas diferentes, una es la masa reducida del término cinético y otra la masa m. Reescribir el hamiltoniano como el de un oscilador armónico y se tendrá la solución.

35 C: $(n + 1/2)\,\hbar\sqrt{k/m} - \alpha^2/(2k)$

44 D: $\hbar\omega|\sin 2\,\gamma|$. A es imposible: la dispersión es cero para $\gamma = 0$ o para $\gamma = \pi/2$, por ejemplo, pero no para todo γ. B tampoco es posible, porque no tiene dimensiones de energía sino de energía al cuadrado.

7 B: 0.51 Å

6 D: $(2+\sqrt{2})/4$

22 C: $n = 3$

26 D: (a) Cierta, (b) Cierta

43 B: $\lambda_{\text{pos}} = 2\,\lambda_{\text{h}}$. Es un problema de masa reducida.

41 B: El tercer nivel excitado es no degenerado.

9 D: $\dfrac{\hbar}{3}$

12 D: $\dfrac{L}{2\sqrt{3}}$

37 B: $-\hbar^2/4$

31 B: $hn/2L$

28 C: 0

11 C: $\dfrac{15}{4}\hbar^2$

47 A: 1/16. C es una respuesta absurda porque el coeficiente de reflexión está asociado a probabilidades y por lo tanto no tiene dimensiones.

19 D: $(3+\sqrt{5})\,a_0$

3 A: $3\hbar^2/2$

38 D: $1.3 \times 10^{-5}\,\text{m}^2$

34 B: (a) Cierta, (b) Cierta

33 D: 0. Sale muy fácilmente usando la identidad de Jacobi para calcular $[[A,B],[C,D]]$.

17 D: $2\,i\hbar\,[\mathbf{X}\cdot\mathbf{P}+\mathbf{P}\cdot\mathbf{X}]$

5 A: $L/2$

30 C: $\dfrac{8mcL^2}{3h}$

42 A: $4\,l^2\hbar^4$. La respuesta B no puede ser de ninguna manera: el único vector que tiene norma cero es el vector cero, y $L_+L_-|l\,l\rangle$ no es el vector (la función) cero. Lo más adecuado es tener en cuenta la ayuda y obtener que $L_+L_- = \mathbf{L}^2 - L_z^2 + \hbar L_z$. El resto es fácil ya que los estados $|l\,m\rangle$ son propios de $\mathbf{L}^2$ y L_z.

23 $A: 1/4$. El estado se escribe como $\psi = a\psi_1 + b\psi_2 + c\psi_4$, donde los módulos al cuadrado de a, b, c representan las probabilidades de que la energía de la partícula sea $1, 2$ ó $4\,\text{eV}$ como dice el enunciado. Las pistas que se dan permiten sacar que $|b|^2 = 1/4$.