

**Pedro's Universes,  
4 December 2018**

 **CSIC**  
CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS



**Guillermo A. Mena  
Marugán, IEM-CSIC**

**Pedro and the WOLF:  
the quantum and the vacuum in cosmology**



**Pedro's Universes.  
4 December 2018**

 **CSIC**  
CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS



**Guillermo A. Mena  
Marugán. IEM-CSIC**

**Pedro and the Wavefunction Of Low-energy Fields**

# The quantum

- In 1987, Pedro returns to Madrid after a year at DAMTP, Cambridge.
- Since 1975, he was permanent at the Instituto de Óptica, CSIC.
- I was working on chaos in dye lasers. After a brief meeting, he became my thesis supervisor, forming a new group on GR and Quantum Cosmology.





# Absolute beginners



- *In this quantum trek*, the first contact was made with:
  - The Wavefunction of the Universe
  - Interpretation
  - Boundary conditions: Hartle-Hawking, Linde & Vilenkin...
  - Origin of structures in cosmology (vacuum and matter?)

# Dimensions

- We started work in *multidimensional cosmology*:



- Aimed at constructing a generalized wavefunction of the Universe and studying its perturbations.
- With an eye on the role played by multidimensions in regularization, inflation and the origin of matter.
- Related with modified gravity.



## COSMOLOGÍA CUÁNTICA EN UN ESPACIO DE $n$ DIMENSIONES. ESTUDIO DE LA FUNCIÓN DE ONDA DEL UNIVERSO

La relatividad general ha desempeñado un papel fundamental en la comprensión del universo. No obstante, esta teoría parece incompleta, debido, al menos, a dos razones: la primera es que predice la existencia de singularidades, de forma que conduce a su propio fracaso; la segunda es que la relatividad general es una teoría clásica de campos, por lo que parece necesario su cuantización (tal como se ha hecho con los demás campos de la naturaleza). Ello constituye el paso para la formulación de una teoría unificada de todas las interacciones, una que también podría incorporarse así a la primera de las dificultades mencionadas.

Para poder aplicar en forma consistente la mecánica cuántica a la cosmología, es preciso primero modificar el formalismo original cuántico. Lo adecuado es el formalismo Feynman de integrales de caminos, aunque también está el camino de la teoría de perturbaciones. Para resolver este problema, Hawking ha sugerido el uso de la integral de caminos Euclídeos, en la que el parámetro temporal  $t$  es reemplazado por  $-i\tau$  y la acción lorentziana  $S$  por la correspondiente acción Euclídea  $-iI_E$ . De esta forma el espacio lorentziano se transforma en un espacio Euclídeo.

En cosmología cuántica el estado cuántico del universo viene determinado por una función de onda  $\Psi$  que es un funcional de la métrica tridimensional  $-h_{ij}$  y de los campos materiales  $\Phi_a$  sobre una superficie tridimensional  $S$ . La función de onda puede entonces definirse utilizando la integral de caminos sobre una clase  $C$  de métricas y campos materiales.

$$\Psi[h_{ij}, \Phi_a] = \int_C d[g_{\mu\nu}] d[\Phi] \exp[-I_E]$$

La especificación de la clase  $C$  es equivalente a fijar el estado del sistema. Hartle y Hawking han propuesto que  $C$  sea la clase de métricas tridimensionales compactas y campos materiales regulares que producen la métrica tridimensional  $h_{ij}$  y los campos materiales  $\Phi_a$  prescritos sobre la superficie tridimensional  $S$ . El atractivo de esta propuesta radica en su simplicidad, naturalidad y belleza, y la validez de la misma viene reforzada por el acuerdo de sus predicciones con lo que es posible observar en cosmología.

### PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La prescripción de Hartle y Hawking se ha aplicado a una serie de modelos cosmológicos basados en la gravedad de Einstein acoplada a campos materiales en cuatro dimensiones. Sin embargo, en la actualidad existe un gran interés en la teoría de la interacción formulada en espaciotiempos en dimensiones mayores que cuatro. Se piensa que, en tales teorías, las dimensiones adicionales pueden ser físicamente reales y, por consiguiente, con consecuencias cosmológicas. La confrontación de las predicciones cosmológicas con las observaciones, podría ser un método para investigar la validez de los modelos teóricos de este tipo.

Al igual que en el caso cuadrado-dimensional, no es posible obtener una descripción completa de un universo  $n$ -dimensional sin especificar de alguna forma el estado inicial del sistema. Una generalización de la propuesta de Hartle-Hawking a un espaciotiempo con un número arbitrario de dimensiones, encuentra problemas topológicos de inmediato interés. Si las superficies de  $(n-1)$ -dimensiones son completamente conexas, nada garantiza que una variedad  $M_n$  con frontera en los bordes sea compacta. Por ello, en  $n$ -dimensiones no todas las configuraciones son permitidas para una cuantización del sistema que satisfaga la prescripción de Hartle-Hawking.

## OBJETIVOS Y PLAN DE TRABAJO

El objetivo fundamental de este proyecto de trabajo es entender la prescripción de Hartle-Hawking a modelos cosmológicos basados en la relatividad general en los que el número de dimensiones espaciotemporales sea arbitrariamente mayor que cuatro. Se trata de formular la función de onda del universo  $\Psi$  en  $n$  dimensiones como un funcional de la  $(n-1)$ -métrica  $h_{ij}$  y los campos materiales  $\Phi_a$  sobre una superficie de  $(n-1)$  dimensiones mediante los integrales de caminos sobre métricas compactas en  $n$  dimensiones y campos materiales regulares, topológicamente compatibles con las configuraciones prescritas sobre las superficies de  $(n-1)$  dimensiones.

### Etapas:

1. Formulación general del problema. Nos proponemos determinar las condiciones topológicas generales, compatibles con la prescripción de Hartle-Hawking, que debe satisfacer el espaciotiempo  $n$ -dimensional utilizando el método de Feynman-Hawking para la cuantización canónica de la gravedad. Proponemos establecer la clase de teorías de Kaluza-Klein que pueda dar lugar a un modelo cosmológico razonable. Planeamos asimismo estudiar las consecuencias de la compactificación de las dimensiones, añadidas en la interpretación cosmológica de la teoría cuántica.

- Aplicación del formalismo general precedente a una serie de modelos de minisuperspacio en  $n$ -dimensiones, analizando previamente la estabilidad de los mismos frente a las perturbaciones cosmológicas y analizando las predicciones a que dan lugar. En particular, parece aconsejable a priori el estudio de los casos siguientes: universo de Robertson-Walker multidimensional, universo de Taub-NUT-DeSitter y una familia de escenarios isotropos y homogéneos basados en teorías de la gravitación que contengan términos cuadráticos en la curvatura. Planeamos estudiar los regímenes inflacionarios, dentro de la etapa inicial de tales aproximaciones. Para ello, plantearemos y resolveremos la ecuación de Wheeler-DeWitt correspondiente, analizando los resultados en relación con los distintos escenarios cosmológicos.

- Estudio de la cuantización canónica de un modelo cosmológico en  $n$ -dimensiones libre de restricciones respecto a la homogeneidad e isotropía del mismo. Asociaremos grados de libertad homogéneos e isotropos a los campos gravitacionales y materiales, que serán tratados en forma exacta, mientras que los restantes grados de libertad serán considerados en una aproximación de segundo orden en el Hamiltoniano. La ecuación de Wheeler-DeWitt será formulada para los grados de libertad homogéneos e isotropos, mientras que los demás grados de libertad del superspacio serán desentados usando ecuaciones de Schrödinger dependientes del tiempo. Estudiarémos los fluctuaciones cuánticas en la formación de estructuras en el universo.

Los medios con los que contamos para llevar a cabo este trabajo son:

- Sistema informático del Consejo Superior de Investigaciones Científicas, los cuales tienen capacidad suficiente para resolver los problemas que, inevitablemente, pueden plantearse a lo largo del trabajo propuesto.
- Bibliotecas del CSIC y de la Universidad de Cambridge, Inglaterra.
- Sistema rápido de recepción de información científica adaptado al tema "Relativity and Cosmology", basado en distribución de pre-prints.

## And some crazy ideas...

- Does matter originate from extra dimensions?
- Is classicality due to compactification?
- Is Euclidean Quantum Gravity intimately related to multidimensionality?
- Is real time an artifact of compactification?
- Dimensions, perturbations, and decoherence.





[1] E. Zotos, Phys. Lett. 116A, 6 (1986).

[2] J.J. Halliwell & S.W. Hawking,  
Phys. Rev. D31, 1777 (1985).\*

[3], see, for example, E. Zotos & H.D. Zeh,  
Z. Phys. B59, 223 (1985).

[4] H.D. Zeh, Phys. Lett. 116A, 9 (1986).

[5] C. Kiefer, Class. Quantum Grav.  
4, 1369 (1987).

To sum up I would suggest to pursue the ideas  
contained here, improving or changing them as the  
work progresses.

Ich wünsche Ihnen eine gute Arbeit!

Viele Danke

Peter

28/10/88.

\*see also

T Banks, et al. Nucl. Phys. B262, 159 (1985)

P.D. D'Eath & J.J. Halliwell, Phys. Rev. D35, 1100 (1987)

S. Wada, Nucl. Phys. B276, 729 (1986)

T Vachaspati & A Vilenkin, Phys. Rev. D37,  
997 (1988).

For implications of this in the arrow of time, see

S.W. Hawking, Phys. Rev. 32D, 2489 (1985).

D.N. Page, Phys. Rev. 32D, 2496 (1985) and some work done by Raymond

### A CRAZY PROPOSAL?

We have certain problems and hopes concerning the  
role that matter may play in higher dimensional cosmology.  
The problems are related to our lack of understanding  
and failure in calculational capability. The hopes (?)  
are addressed to an investigation about the questions:

- Is matter a rather classical concept?
- Is matter something originating along the compactification  
process?
- What is first compactification or the arrival of  
matter into physical scene? (i.e. the compactification  
matter Columbus's egg)
- Is the process of the pass to the classical regime in  
some way reducible to compactification?

It seems to me that, at least to some extent, one could  
not deal with Quantum Gravity (Q.G) in a reliable way  
without considering extra dimensions as the origin of Q.G is  
precisely the same as the size of the universe in which  
the extra dimensions are comparable with the usual ones.  
Hence, one ~~wonders~~ wonders:

- Is the mystery about ~~the~~ Euclidean Q.G a consequence  
of the nonobservability of the extra dimensions?
- Is real time (and matter) an artefact arising from  
compactification?

It is well known that matter tells space how to curve.  
Some people think now [1] that "matter also tells space  
to behave classically", but where and how does the matter  
come from and about?

Perhaps an idea could be that such a matter may be  
regarded as the fluctuations modes on the extra space. (in  
principle, a crazy, bizarre suggestion!). One should then  
study:



(A) Perturbations (cosmological<sup>2</sup>) about minisuperspace in higher dimensional manifolds for both  $S^1 \times S^4$  and  $S^1 \times S^2 \times S^1$ , and  $S^1 \times S^1 \times S^4$  and  $S^1 \times S^1 \times S^1 \times S^1$ . This would essentially be an extension of the Halliwell-Hawking [2] treatment to our real situation. Perturbations about the usual 4-space would ultimately give rise to the large scale inhomogeneities and anisotropies of the universe whilst perturbations about the internal space would be regarded (by me!?) as some sort of seed for matter to grow among the collection of basins making up "physical reality" or, at least, a some kind of environment (E) for the real physical universe. (What a very pilldoorn idea, OK?). (Note that I have not introduced any explicit scalar field or whatever,  $\phi$ !)

(B) In order to study the process of "making it classical" (or compact, etc) we should look at the interpretation of the universal wave function as follows: The classical behaviour as a consequence of a particular interaction with the environment [3]. A system becomes classical when its reduced density matrix (the one obtained by tracing out the environment) decoheres [4].

As to the interpretation of the wave function of the universe, let me say that there will be a "continuous measurement" represented by the interaction of the universe with its environment. The idea may be: the degrees of freedom of the 6D minisuperspace and those of perturbations about our familiar 4D minisuperspace could be regarded as the "universe", and the perturbations modes about the internal minisuperspace as the "environment". We should look for decoherence in the reduced density matrix

$$\rho(a, b, n; a', b', n') = \text{Tr}_m |\Psi\rangle \langle \Psi| \\ = \text{Tr}_m \Psi^*(a, b, n) \Psi(a', b', n') \\ \times \prod_{m>0} \int dx_m \rho_m(a, b, n; x_m) \rho_m(a', b', n'; x_m)$$

(or something like this), where  $\Psi$  is the wave function for the 6-minisuperspace background and perturbations about the 4-minisuperspace

$$\Psi = \Psi_0(a, b) \times \prod_{n>0} \Psi_n(a; x_n)$$

( $\Psi_0$  is the solution to the Wheeler-DeWitt equation for the unperturbed 6-dimensional minisuperspace) and  $x_n$  denotes the amplitude of all  $n$ th modes on a 3-sphere, and  $x_m$  would be the amplitudes of all  $m$ th modes on a 2-sphere.

I will presumably decohere in regions where the wave function  $\Psi_0$  oscillates, but it does not in regions where  $\Psi_0$  is exponential [5].

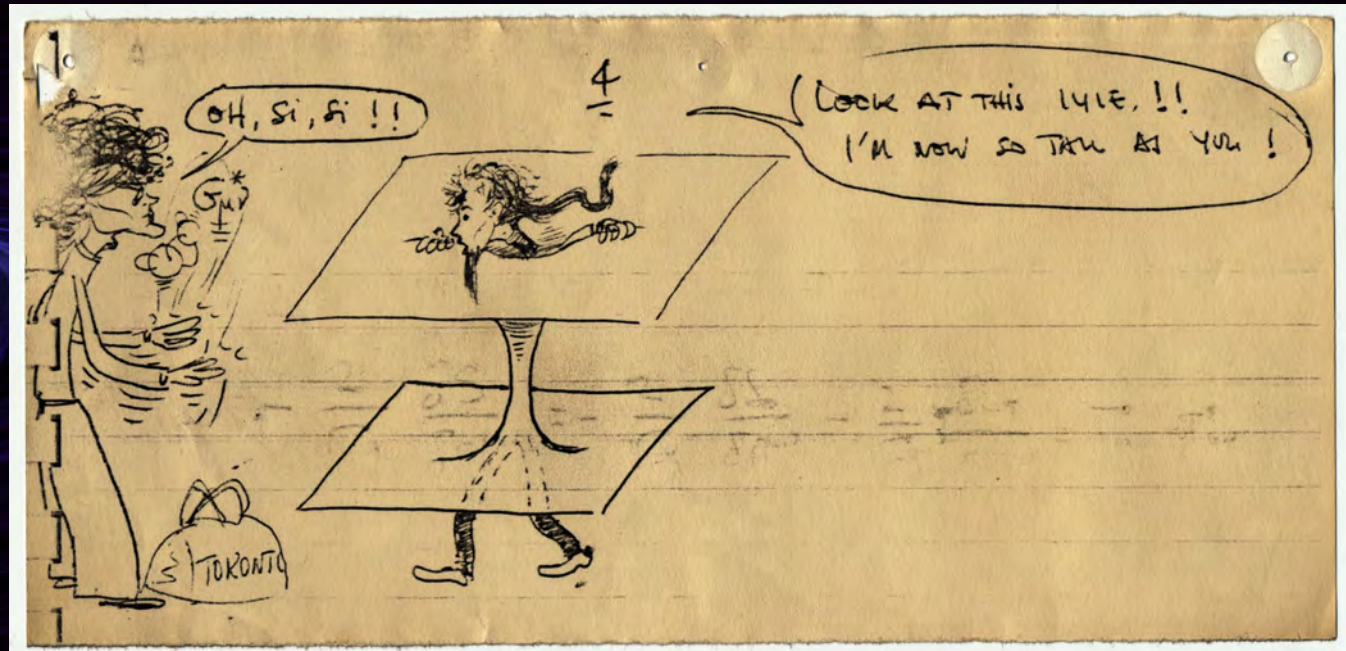
A calculation of this kind has been already done by Kiefer [5] for the 4-dimensional Halliwell-Hawking model [2].

Any more reasonable modification of the above scheme will be welcome, and in what point (B) is concerned that will depend on the results that eventually may be obtained in point (A)



# Wormholes

- They provide connections between spacetime points that affect:
  - Topology
  - Locality
  - Causality
- They modify the interactions of *Low-energy Fields*.
- They may play an important role in *Regularization*.

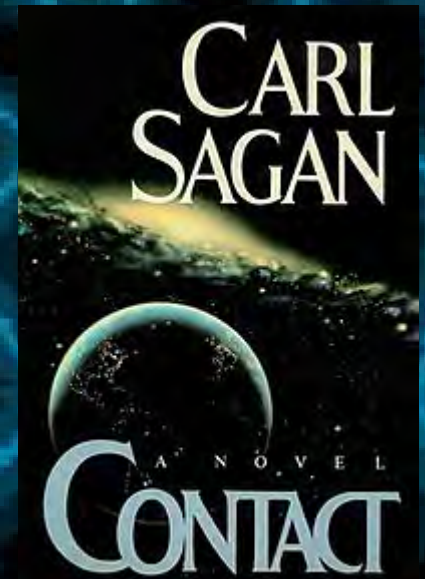




$$G_{\mu\nu} = -8\pi T_{\mu\nu}$$



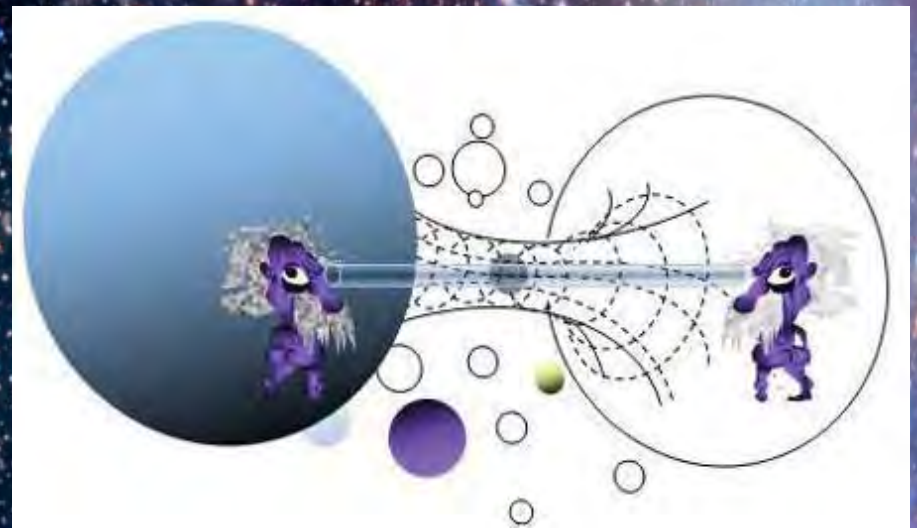
Closed Timelike  
Curves (CTCs)





# Baby universes

- They modify the interactions of *Low-energy Fields*.
- Hawking proposed a *Hilbert space* framework for them.
- Multiverse scenarios?





# Cosmological measure in QG

- A cosmological measure would provide a robust basis to many interpretational issues in cosmology.



- Otherwise, results seem to depend on representations.

Wavefunction  $\Psi(a)$   $\rightarrow$   $f(a)\Psi(a)$

Probability?  $|\Psi(a)|^2 da$   $\leftrightarrow$   $|f(a)|^2 |\Psi(a)|^2 da$

- Can we define the wavefunction of the Universe in the associated Hilbert space?

MEMORIA DE NIUS

Esta memoria se enmarca en el plan de trabajo del proyecto de Investigación "Medida Cosmológica en Cosmología Cuántica" (PB91-0061) financiado por la DICYT, cuyo investigador principal es el Dr. P.F. González Díaz, fundamentalmente en sus etapas 1ª y 3ª, y se basa en parte de los últimos resultados obtenidos en el desarrollo del dicho proyecto. Los resultados a los que aludimos son: (1) se ha completado ya la elaboración de un formalismo perturbativo de la cosmología cuántica multidimensional de Lovelock [1], incluyendo condiciones de frontera tipo Hartle-Hawking [2] y su aplicación al estudio de agujeros de gusano multidimensionales [3]; y (2) se ha demostrado [4] que es posible introducir de forma natural un mecanismo de Higgs en gravedad cuántica que da lugar a rotura espontánea de simetría en espaciotiempos de Robertson-Walker tipo agujeros de gusano, siempre que a la gravedad se le acople conformalmente un campo escalar con masa no nula. En este caso, el papel del campo gauge lo juega la segunda forma fundamental.

La idea en la que se basa el proyecto de trabajo que se propone aquí es la siguiente: la rotura espontánea de la simetría gauge se forma completa en la región de la garganta, pero la fase no rota se recupera en la zona asintótica. Dado que los universos baby que se desajonan se llevan la masa generada en el mecanismo de Higgs, éste podría interpretarse como un proceso en el que se viola la conservación de la energía bajo deformaciones mientras se produce el cambio topológico y, por consiguiente, permite introducir (a la Schrödinger) un "espaciotiempo estirado" que ha de devolverse de alguna forma al llegar a la zona asintótica. La idea puede formularse de forma más precisa considerando que el modelo de Higgs para agujeros de gusano implica también la existencia de defectos topológicos tipo curvas cónicas abiertas y, por ello, de un espaciotiempo ~~estirado~~ "estirado" al agujero de gusano cuyo geometría es Minkowskiana y, en general, cónica [5]. Para el caso considerado, dicha geometría debe ser plana en la región de la garganta y cilíndrica con radio de Planck asintóticamente. Se puede pensar entonces que para un observador situado en la zona asintótica, los cambios topológicos tipo agujeros de gusano pueden dar lugar a fluctuaciones cuánticas en la que se generen dimensiones extra. Nos proponemos implementar y desarrollar esta idea de forma rigurosa y general utilizando los resultados ya obtenidos por nosotros en gravedad multidimensional de Lovelock y en teoría de agujeros de gusano en cosmología cuántica.

Cabe esperar que los resultados que obtengamos nos permitan discutir problemas tales como el de la divergencia en gravedad conforme euclídea [6] o en los estados cuánticos estadísticos, tanto en cosmología [7] como en gravedad cuántica [8], y quizá ofrecer alguna solución a dichos problemas, objetivo este incluido también en el proyecto de investigación en cuyo marco llevaremos a cabo este trabajo hasta finales del año 1994.

Para llevar a cabo estos estudios será preciso, entre otros cosas:

- Expandir el modelo de Higgs para agujeros de gusano en variedades tipo Robertson-Walker al superspacio, introduciendo las condiciones de contorno más adecuadas y generales [9] para la definición del estado cuántico, tanto en términos de integrales de caminos como en forma de soluciones de la ecuación de Wheeler-DeWitt correspondiente.
- Adestrar un mecanismo de Higgs al caso de agujeros de gusano multidimensional de Lovelock o trivialmente entendidos, estudiando bajo qué condiciones puede ser esto posible. Sería preciso analizar también la métrica que corresponde a la una curvatura multidimensional asociada partiendo de la métrica interna estática más general con simetría cilíndrica. Para ello necesitaríamos resolver la ecuación de Einstein, introduciendo un tensor energía-impulsión adecuado tipo curvatura cónica multidimensional. Esperamos que la métrica interna de dicho curvatura cónica y la versión multidimensional de la métrica de Levi-Civita [10] reducida al caso que nos ocupa impondrán las condiciones de acoplamiento de Israel [11].
- Evaluar el compromiso del espaciotiempo resultante tanto en la garganta del agujero como en su zona asintótica con el fin de deducir el tipo de mecanismo de reducción dimensional que permite la teoría para un universo 4-entido dimensional.

REFERENCIAS

- [1] G.A. Mare Matijanić, (Lecture Notes de G. Ellis sobre Lovelock en Phys. Rev.)  
 [2] " " " " " , Phys. Letter B (en prensa).  
 [3] " " " " " , Class. Quant. Grav., ...  
 [4] P.F. González-Díaz, Phys. Lett. B (en prensa); Phys. Rev. Lett. (en prensa)  
 [5] A. Vilenkin, Phys. Rev. D28, 852 (1981).  
 [6] G.W. Gibbons, S.W. Hawking and M.J. Perry, Nucl. Phys. 313, 141 (1978)  
 [7] D.W. Pepe, Proc. Fourth Seminar on Quantum Gravity, eds. M.A. Harkos, V.A. Zorin and V.P. Frolov (World Scientific, Singapore, 1988)  
 [8] P.F. González-Díaz, Nucl. Phys. B351, 767 (1991)  
 [9] L.J. Garay, Phys. Rev. (en prensa)



# The group: research interests in 2001

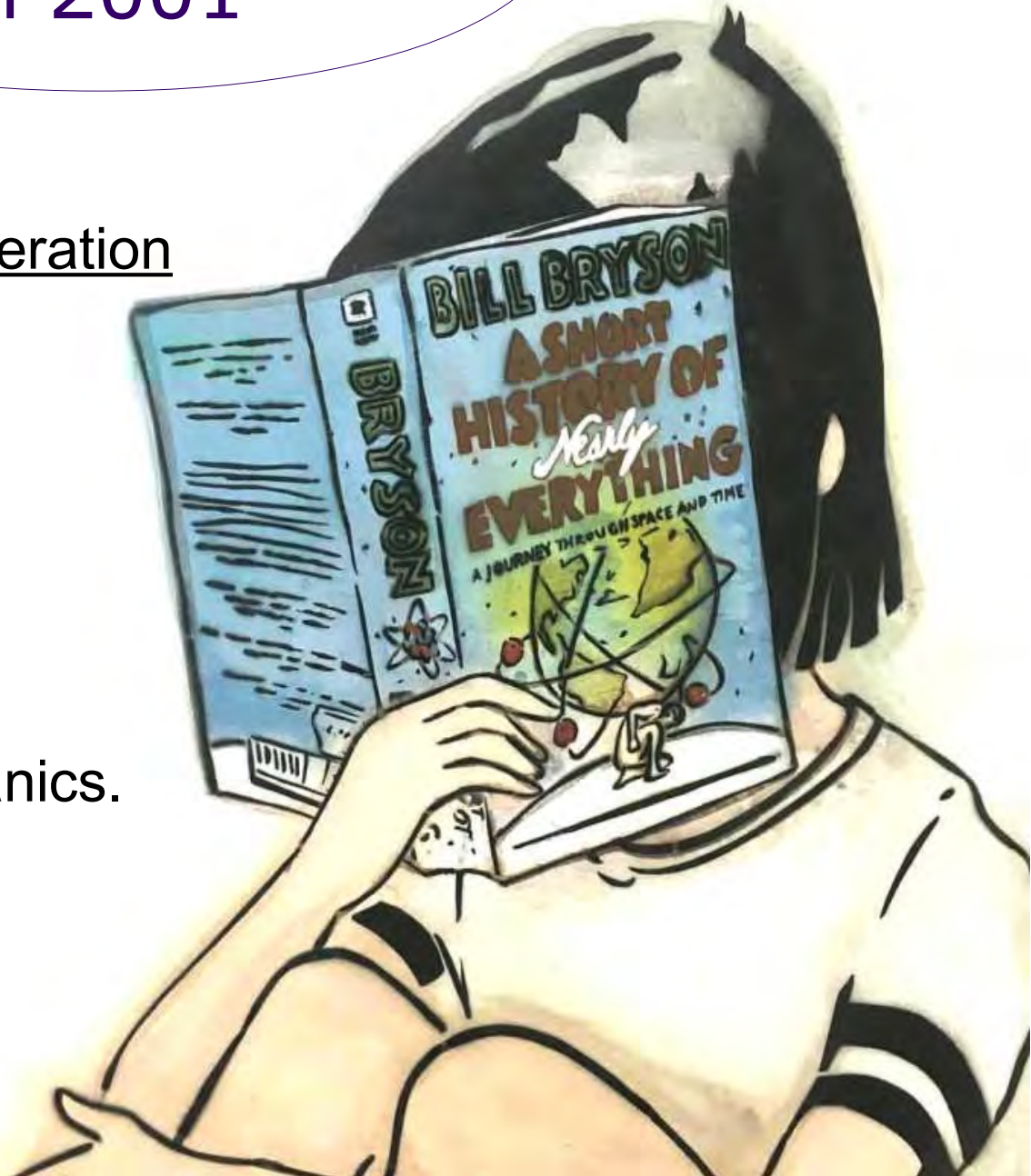
- *Constraints and integrability in GR*
- *Canonical quantization of GR*
- *Effective descriptions of low-energy fields*
- Spacetimes of interest in GR
- Achronal and superluminal systems
- Observables effects of wormholes in astrophysics
- Topological defects...



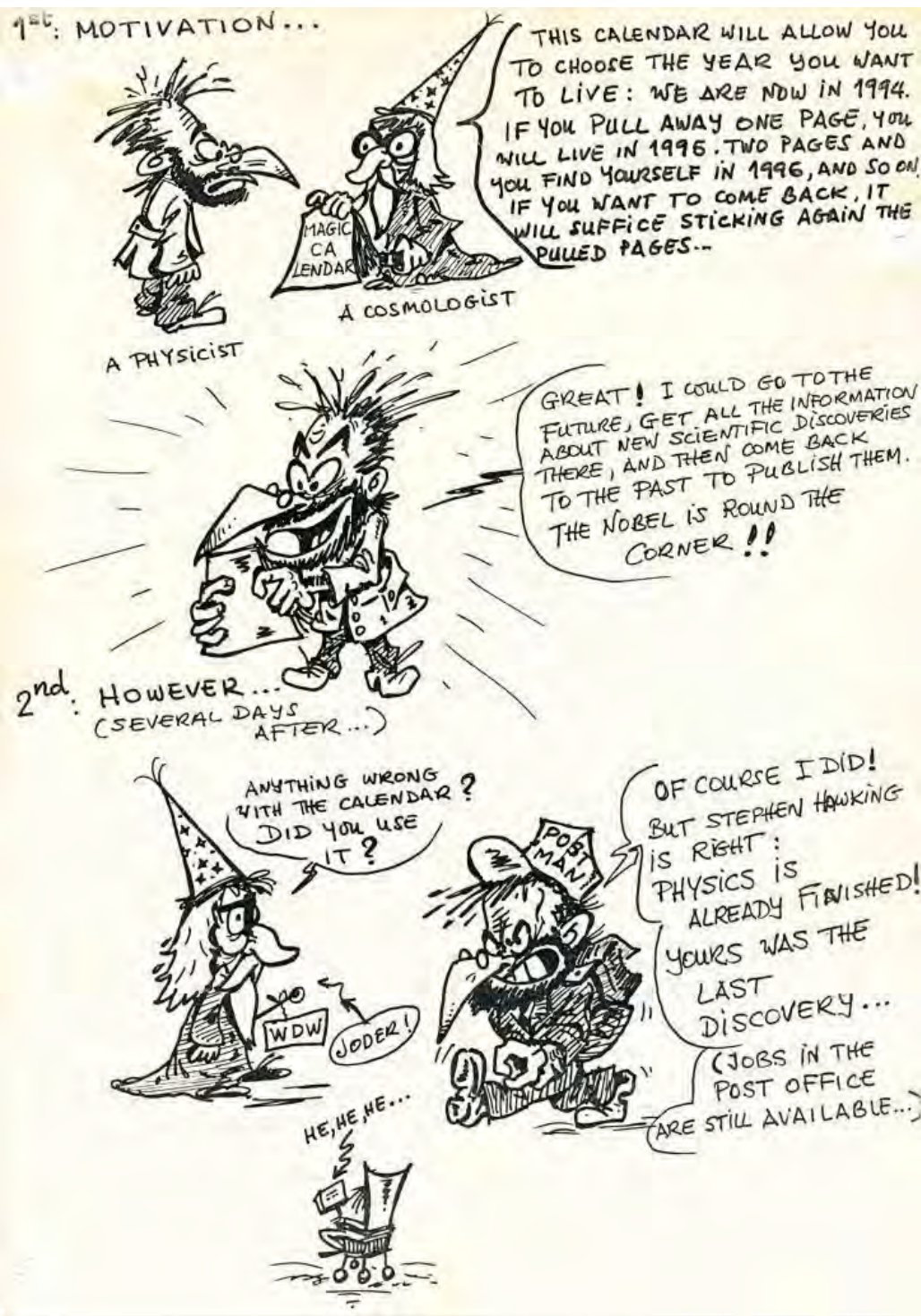


## Emergent interests in 2001

- *Cosmological fields* and acceleration
- “Predictions for the CMB”
- “Quantization of field models and integrable systems”
- Brane-worlds
- Gravity and Quantum Mechanics. Holography
- Minimal length in QG...







# Future research lines as in 2001

- *Predictions for precision cosmology*
- *Microscopic structure of spacetime. Information and entanglement*
- Gravity and QM
- Macroscopic violations of the chronology protection conjecture
- Gravitational analogs *in the lab*
- Gravity and biology *in the lab*

## Grupo de Relatividad, Cosmología y No Localidad

P.F. González Díaz, Juan Pérez Mercader\*

Guillermo A. Mena Marugán, Luis J. Garay, Mariam Bouhmadi (Becaria Predoctoral)

Alexander Zhuk (Año Sabático), Saulo Carneiro (Profesor Visitante)

Y...

13 Febrero, 2001

### 1 Temas Actuales (~ 5 últimos años)

(Breve Sumario. Consultar *curricula vitae*)

- *Espaciotiempos de Interés en Física Gravitacional y Cosmología:* Agujeros Negros, Espacio AdS, Kinks (Black-Hole Kinks, de Sitter Kink, AdS Kink), de Sitter Generalizado, Cosmologías de Korotkiĭ-Obukhov.
- *Ligaduras e Integrabilidad en Gravedad:* Formalismo Hamiltoniano de Relatividad General, Fijación de Gauge, Deparametrización, Conservación y Cotas de Energía en Sistemas Gravitatorios, Espaciotiempos con Dos vectores de Killing.
- *Descripción Efectiva de Sistemas Cuánticos en Relatividad General:* Agujeros de Gusano, Teoría Cuántica de Campos en Defectos Topológicos Gravitatorios, Efectos Gravitatorios Cuánticos y Ruptura de la Descripción Clásica, Efectos de la Espuma Espaciotemporal sobre la Física de Baja Energía (no Localidad, Pérdida de Coherencia Cuántica, Desplazamientos de Frecuencia de los Modos de Baja Energía), la Espuma Espaciotemporal como un Baño Térmico Efectivo, Relojes Imperfectos en Mecánica Cuántica.
- *Cuantización de la Relatividad General:* Variables de Ashtekar, Formalismos Euclídeos, Cuantización Canónica, Cuantización Algebraica.
- *Sistemas Acronales y Superluminales:* Espaciotiempos con CTC [Curvas Cerradas Temporales] con simetría de Misner (Ringholes, Klein Bottleneck-holes, Warp Drives, de Sitter Múltiplemente Conexo) o sin dicha simetría (Brane-Worlds, Análogos en  $He^3$ ), CTC Cuánticas: Estabilidad, Espacio de Misner Modificado, Espaciotiempo de Gödel y Universos en Rotación.

\*los temas que desarrolla el Prof. Pérez Mercader no están contenidos en esta relación

### 8 Actividades institucionales

Con el fin de promover la interacción entre los distintos investigadores y crear un ambiente dinámico, sería conveniente adoptar las medidas oportunas para institucionalizar una serie de actividades que permitan estructurar el quehacer científico cotidiano. Algunas propuestas concretas son las siguientes:

- Se debería impulsar al menos una o dos series de seminarios especializados con contribuciones tanto locales como locales e internacionales. Asimismo, se debería instaurar un coloquio de carácter más general dentro del Centro de Física aunque nuestro instituto o departamento fuese el impulsor y organizador.
- Sería conveniente adquirir la capacidad de invitar a científicos internacionales para que realicen estancias más o menos cortas e interactúen con los miembros del instituto.
- La actividad científica tanto presente como pasada y futura debería recogerse en declaraciones institucionales (memorias, proyectos de futuro, etc.) que tengan canales apropiados de difusión. Una buena publicidad del centro y de sus líneas de investigación puede contribuir a que nuestro instituto o departamento se convierta en un lugar de interés para otros investigadores y que así adquiera el dinamismo que todos deseamos.
- Se debería plantear la posibilidad de reforzar los aspectos divulgativos para que el público en general se acerque más a los logros científicos llevados a cabo en nuestro centro en particular y también en otros lugares (organizar regularmente charlas de divulgación abiertas al público, por ejemplo).

### 9 Otras consideraciones

- Es una necesidad actual y, sin duda, futura dentro de las nuevas estructuras científicas que se puedan crear el conseguir tanto estudiantes de doctorado como investigadores postdoctorales en número suficiente como para que los distintos grupos puedan funcionar adecuadamente y alcanzar así el grado de dinamismo deseado.
- También es necesario tomar las medidas oportunas para que no se vuelva a reproducir la situación actual de los investigadores contratados.
- Parece deseable utilizar adecuadamente el concepto de *centro en formación*, para lo cual la nueva estructura resultante debería centrarse en líneas de investigación dinámicas y modernas llevadas a cabo por grupos o departamentos que puedan desarrollarse a corto/medio plazo. Asimismo, estos grupos deberían contar con el apoyo mutuo no solo puntualmente, sino durante un período prolongado de tiempo para que puedan consolidarse si ello



## Nonperturbative QG

- Loop QG is a nonperturbative canonical quantization of GR, in principle in *four dimensions*.



- The emphasis is shifted to connections.
- One starts with a canonical pair formed by a densitized triad and an  $[su(2)]$  connection:

$$E_i^a, \quad A_a^i = \Gamma(E) + \gamma K_a^i.$$

Immirzi parameter

- With these, one defines holonomies on loops and fluxes of the triad through surfaces. This introduces *nonlocalities*.

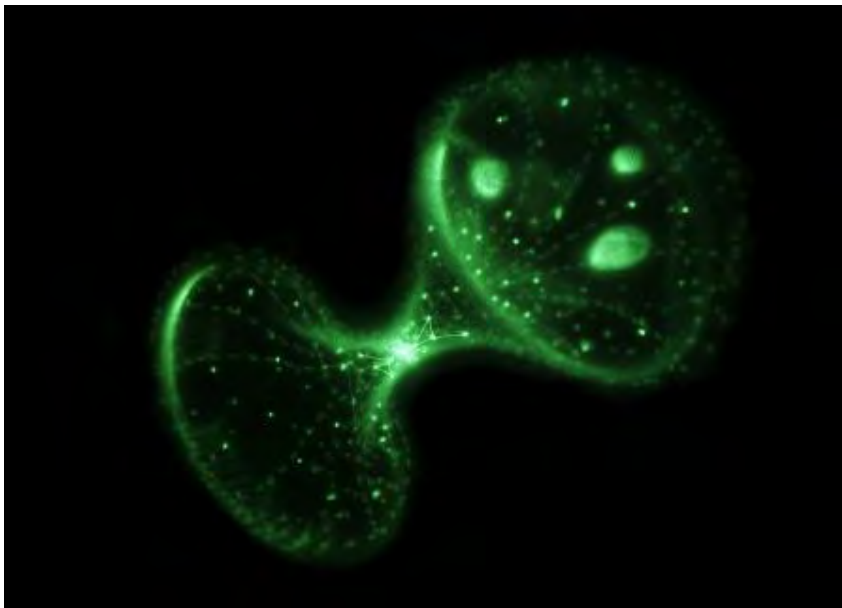
# LQC

- The application to flat homogeneous and isotropic cosmology uses variables  $(v, b)$  constructed from the *scale factor* and its momentum:

$$(a, \pi_a) \rightarrow a^3 = 2\pi G \gamma \sqrt{\Delta_g} |v|, \quad a \pi_a = -\frac{3}{2} v b.$$

- As matter content, we will consider a scalar field subject to a potential  $V(\phi)$ .

Area gap



- Wavefunctions  $\Psi$  satisfy a constraint like the Wheeler-De Witt equation.
- The “evolution is *discrete* and super-selects” semilattices in the volume.



# LQC

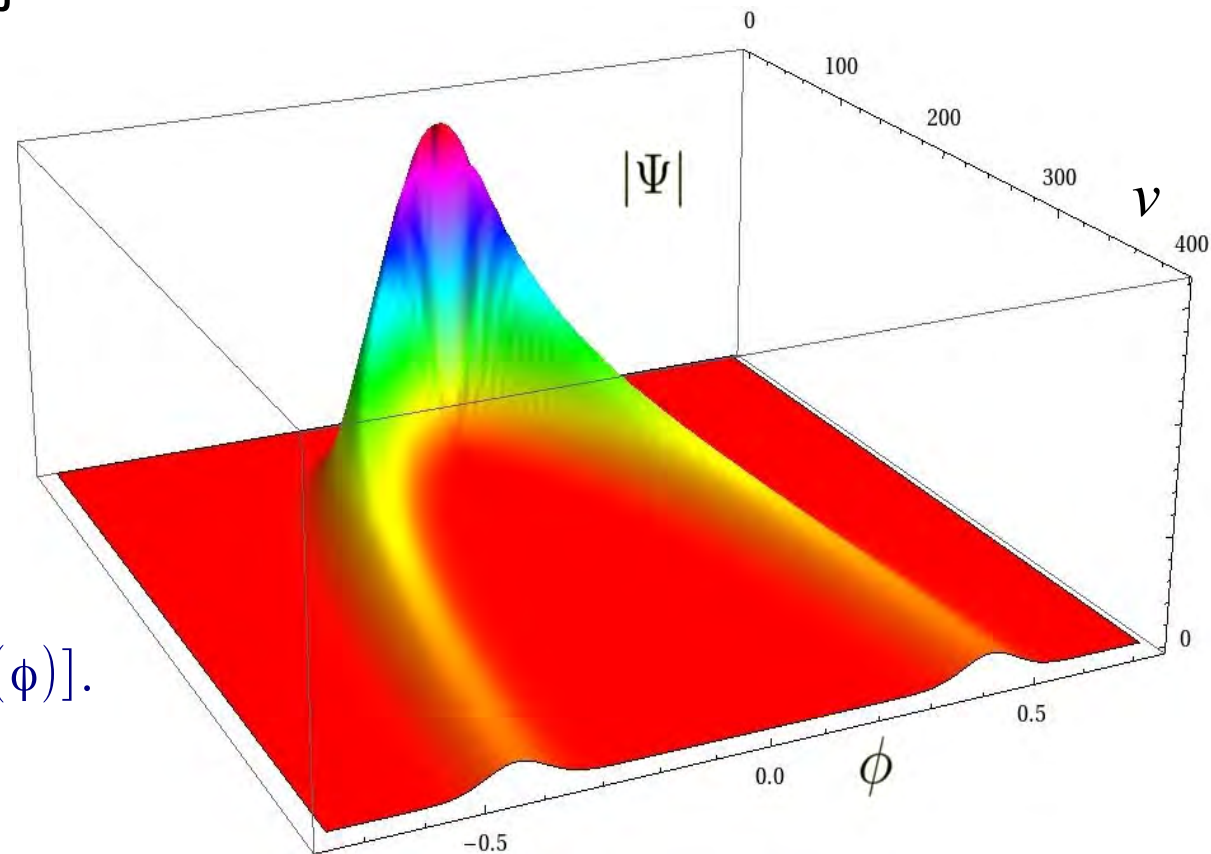
- Each superselection sector is endowed with a *Hilbert space* structure.
- There are solutions to the constraint with “*semiclassical*” properties. They are well peaked on trajectories that:

■ *Avoid the Big Bang.*

■ Follow an effective dynamics, generated by

$$H_0^{eff} = \frac{1}{4\pi G \gamma \sqrt{\Delta_g} v} \times [\pi_\phi^2 - 3\pi G v^2 \sin^2 b + 8\pi^2 G^2 \gamma^2 \Delta_g v^2 V(\phi)].$$

↑  
Modification from GR



# Hybrid LQC

- We introduce perturbations both in the geometry and the inflaton.
- We take toroidal sections and expand the perturbations in modes, using spatial, vector, and tensor harmonics.
- We truncate the action at *quadratic perturbative order* (like Halliwell and Hawking).
- We treat LQC and inflaton *zero-modes* exactly at this order (like H&H).
- The total system is *canonical and constrained* (like H&H).

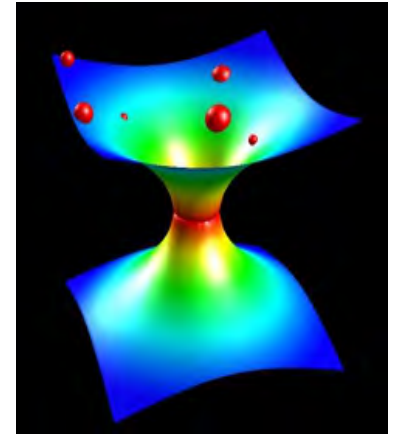




# Hybrid LQC

- There are linear perturbative constraints.

Only perturbative *GAUGE INVARIANTS* are physical:  
Mukhanov-Sasaki scalar + tensor perturbations.



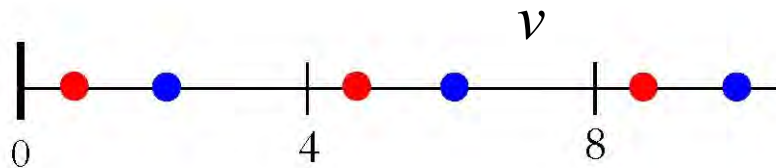
- Starting with these invariants and the perturbative constraints, one can form a canonical set of variables that includes *corrected* zero-modes.



- The *Hamiltonian constraint* has also a zero-mode.
- This constraint is the *homogeneous* one plus the Mukhanov-Sasaki and tensor Hamiltonians.

# Physical states

- To solve this constraint, we adopt separation of variables.  
One of the partial wavefunctions represents the homogeneous and isotropic Universe.
- The partial wavefunctions of the *gauge invariant perturbations* may also depend on the inflaton, that becomes an internal time.
- We could also take the volume as time.  
This would lead to a *discrete evolution*, with generically *nonlocal* data.

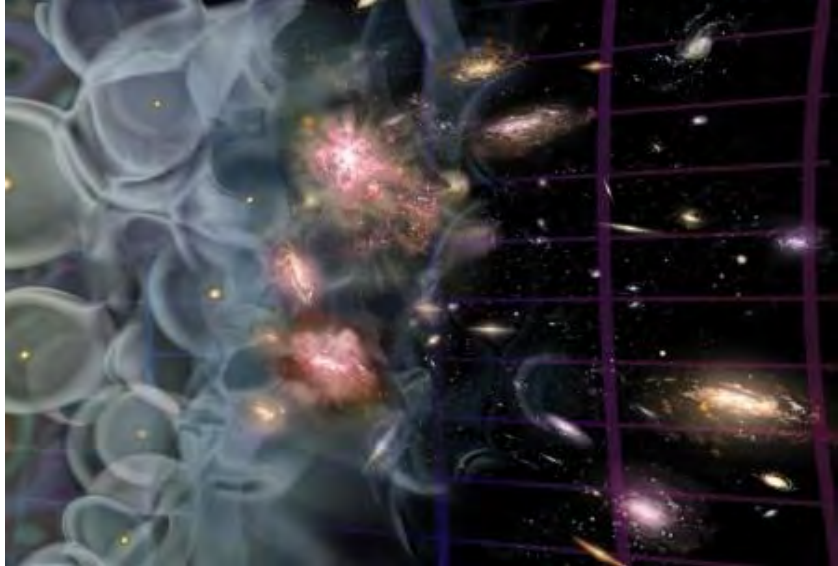


Superselection sectors





## LQC mining

- The *LQC expectation value* of the constraint provides all important information if no relevant transition on the homogeneous geometry is mediated by the perturbations.
- 
- This gives a master constraint equation for the “WOLFs”.
  - Classical functions of the cosmological background are replaced by expectation values of geometric *LQC operators*.
  - The sum of the Hamiltonians of the perturbations equals a *backreaction* contribution, dependent on the inflaton.





# Initial data

- Background cosmology:
  - Solves the effective constraint.
  - At the bounce, it is determined by  $\phi_B$ .
  - For a quadratic potential, the only parameter is the mass  $m$ .

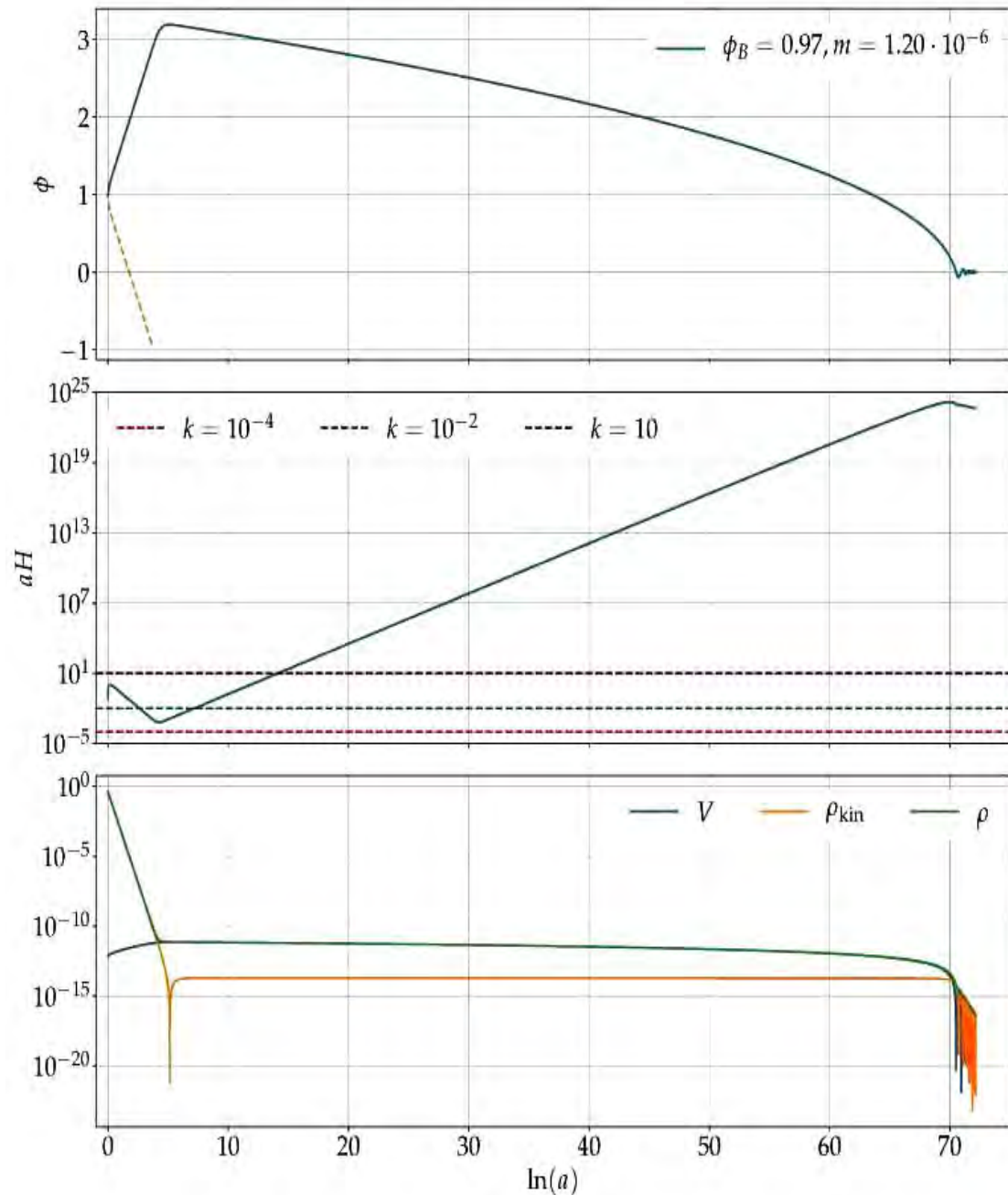
$H$  : Hubble parameter.

$k$  : wavenumber of the perturbation mode.

$\rho_{kin}$  : kinetic energy of the inflaton.

$$\rho = \rho_{kin} + V \leq \rho_{Bounce}$$

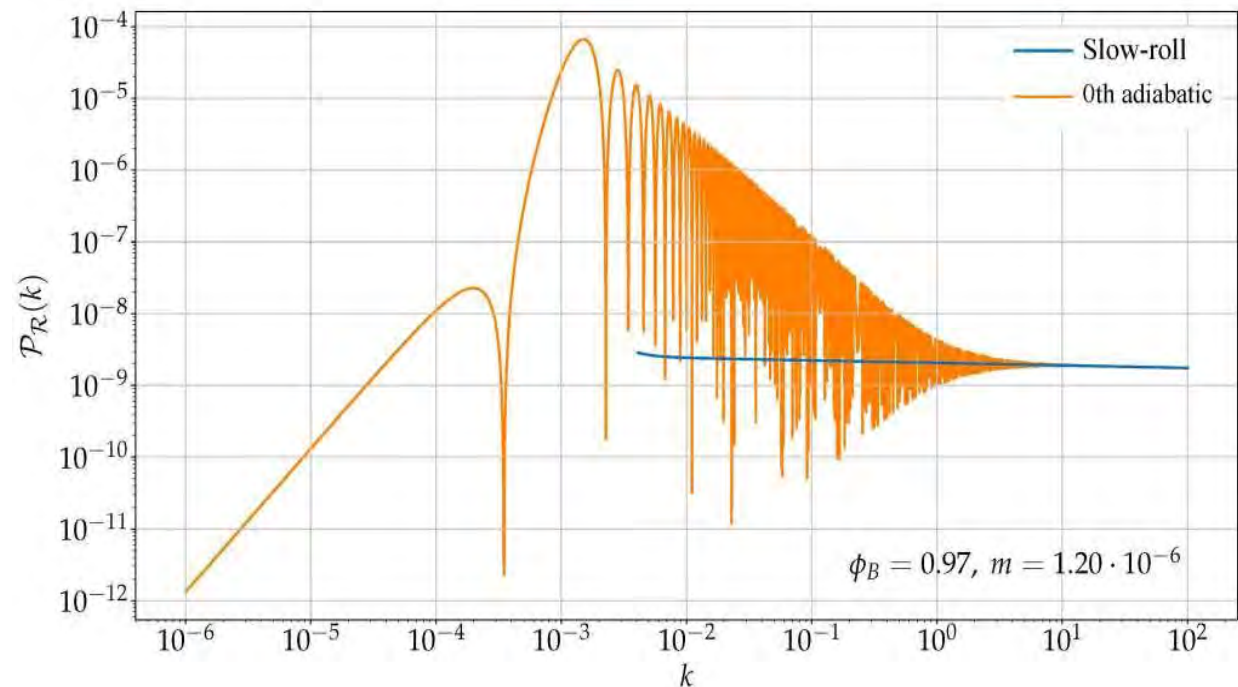
## Typical solution of interest



# Initial data

- *Quantum vacuum of the fields!!*
- Fixing the vacuum is equivalent to select a complete family of complex field solutions, determined by their *initial conditions*.
- A frequent choice is given by *adiabatic states*.

- But their primordial power spectrum reveals tensions with the *CMB*. →





# The vacuum

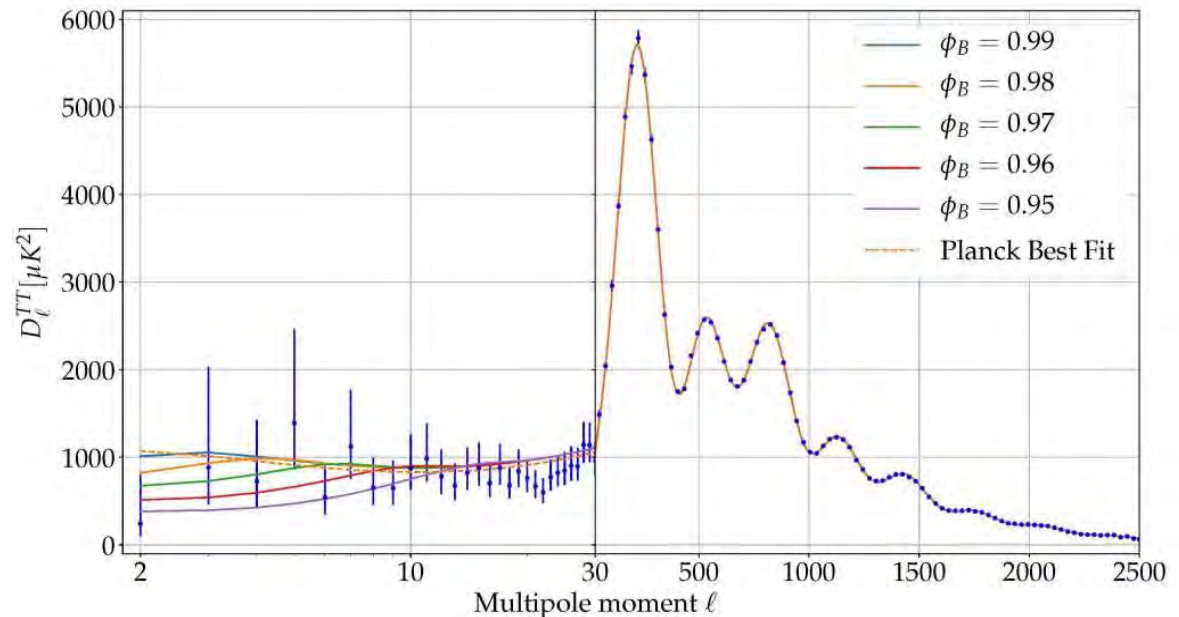
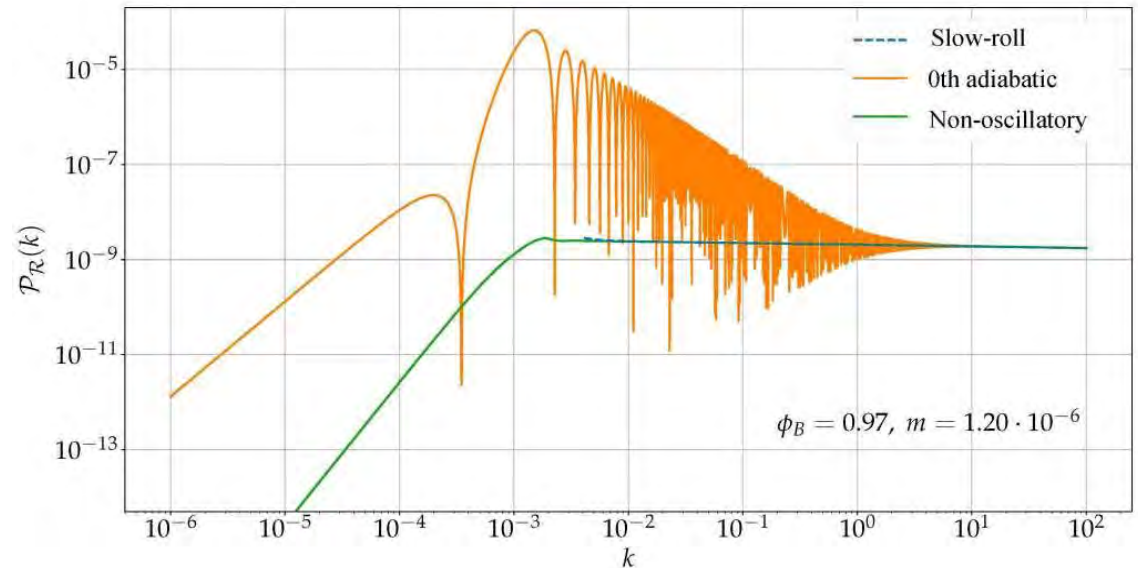
- ***New proposal:***  
(Martín-deBlas & Olmedo)

State that minimizes the power coming from oscillations (*namely, the integrated absolute value of the time derivative of the square amplitude*):

***non-oscillatory vacuum.***

Angular power spectrum for the CMB →

- Non-local proposal.



## Further considerations

- We do not know yet the wavefunction of the Universe, but we have more mathematical tools (*functional analysis, Hilbert space structures, representation theory...*), phenomenological input, and semiclassical intuition to face the challenge.



- We understand better the *habitat of the WOLFs*. But the choice of *vacuum* is still an open question of profound consequences.
- Issues like non-Gaussianities, gravitational waves, quasinormal modes... are *on the horizon and howling*.



## ¿ Conclusiones ?

**Esta charla no tiene conclusiones. Y pues no era otra mi intención al prepararla que la de sembrar en la abnegada audiencia ciertos gérmenes de reflexión y, sobre todo, de relajo y divertimento, me contentaré con haber conseguido cubrir, aunque solo sea en parte, estos objetivos, después de tantas y tantas fórmulas, gráficos y razonamientos sutiles como en estas charlas suelen esgrimirse en este periodo primitivo y oscuro en la historia de las civilizaciones.**

## Conclusions?

**This talk has no conclusions. And since when I prepared it I had no other intention than planting in the devoted audience certain germs of reflection and, above all, of relaxation and fun, I will content myself with having managed to cover, even if only in part, these objectives, after so many and many formulas, graphs and subtle reasonings as in these talks are often used in this primitive and obscure period of the history of civilizations.**



**QC People**

