Examen de diciembre de 2001 de Cálculo I (grupo E)

(Respuesta **acertada = 1 punto** , **errónea = –0.5 puntos** , **nula o en blanco = 0 puntos**;
sólo una de las tres respuestas a cada pregunta es correcta)

1. El conjunto $A = \left\{x : \left(1-\frac{1}{x}\right)^2 \le 4\right\}$ es:

◯ $A = [-1,0)\cup(0,\infty)$ ◯ $A = (-\infty,-1]\cup[\frac{1}{3},\infty)$ ◯ $A = [\frac{1}{3},\infty)$

2. La sucesión de término general $a_n = \sqrt{n^2+\log(1+n)} - n + \arctan n$,

◯ tiende hacia $\frac{\pi}{2}$ ◯ tiende hacia $\frac{\pi+1}{2}$ ◯ tiende hacia ∞

3. La sucesión de término general $a_n = \left[1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}\right]^7$,

◯ tiende hacia 0 ◯ tiende hacia un número real mayor que 0 ◯ tiende hacia ∞

4. Las series $\sum \frac{e^{-1/n}}{n}$ y $\sum n e^{-n}$,

◯ convergen ambas ◯ una converge y otra diverge ◯ divergen ambas

5. Si f es dos veces derivable en todo $\mathbf{R}$ y es $f(0)=1$, $f'(0)=2$, $f(1)=0$, $f'(1)=3$, entonces

◯ $\left(\frac{1}{f}\right)'(1) = \frac{1}{3}$ ◯ f es inyectiva en $[0,1]$ ◯ $(f\circ f)'(0) = 6$

6. El valor mínimo de $f(x) = \frac{1+x^2}{3+x^4}$ en $[0,\infty)$,

◯ se alcanza en $x=0$ ◯ se alcanza en $x=1$ ◯ no existe

7. El polinomio $P(x) = x^4+2x^3+1$ tiene exactamente el siguiente número de raíces reales distintas:

◯ 1 ◯ 2 ◯ 4

8. ¿Cuál de las siguientes acotaciones es cierta?

◯ $\frac{1}{5} < \log\frac{13}{10} < \frac{1}{4}$ ◯ $\frac{1}{4} < \log\frac{13}{10} < \frac{1}{3}$ ◯ $\frac{1}{3} < \log\frac{13}{10} < \frac{1}{2}$

9. El coeficiente de x^4 en el desarrollo de Taylor de $f(x) = \frac{\cos 2x}{(1+x^2)^{1/3}}$ en torno a $x=0$ es:

◯ $\frac{2}{3}$ ◯ $\frac{8}{9}$ ◯ $\frac{14}{9}$

10. El límite de $f(x) = x^{-6}\left[\cos(x^3) - \frac{1}{1-x^6}\right]$ cuando $x\to 0$ es:

◯ $-\frac{3}{2}$ ◯ $\frac{1}{2}$ ◯ $-\infty$

Examen de diciembre de 2002 de Cálculo I (grupo D)

(Respuesta **acertada = 1 punto** , **errónea = –0.5 puntos** , **nula o en blanco = 0 puntos**;
sólo una de las tres respuestas a cada pregunta es correcta)

1. El dominio de la función $f(x) = \log\left(5 - |4 - x^2|\right)$ es:

◯ $(-3,3)$ ◯ $(-1,3)$ ◯ $(-\infty,3)$

2. La sucesión de término general $a_n = [1+n+n^2]^{1/n}$,

◯ tiende hacia 1 ◯ tiende hacia e ◯ tiende hacia ∞

3. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{x^{2n}+n}$,

◯ converge para $|x| > 1$ ◯ converge $\forall x$ ◯ no converge para ningún x

4. ¿Cuál de estas tres funciones tiende hacia 0 cuando $x \to \infty$?

◯ $h(x) = \frac{\operatorname{sh}(x^2)-x^2}{\operatorname{sh}(x^6)}$ ◯ $f(x) = \arcsin(\operatorname{sen} x) - x$ ◯ $g(x) = \frac{x^3-1}{x^3+x+2}$

5. La función $f(x) = \begin{cases} x \arctan \frac{1}{x^3} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$, es en $x = 0$:

◯ continua, pero no derivable ◯ derivable ◯ discontinua

6. El valor máximo de $g(x) = \frac{x^3-1}{x^3+x+2}$ en $[0,1]$,

◯ se alcanza en $x = 1$ ◯ no existe ◯ se alcanza en un punto $c \in (0,1)$

7. La recta tangente a la curva $4y^2 - x^2 = 9$ en su punto de abscisa $x = 4$ y ordenada negativa es:

◯ $10y + 4x + 9 = 0$ ◯ $10y - 4x + 41 = 0$ ◯ $2y - x - 3 = 0$

8. ¿Cuál de las siguientes desigualdades es cierta?

◯ $\cos 1 > \frac{1}{2}$ ◯ $\cos \frac{1}{2} < \frac{3}{4}$ ◯ $\cos 3 > 0$

9. La derivada sexta de $f(x) = \left(1 + x^3\right) \mathrm{e}^{-2x^3}$ en $x = 0$:

◯ es $f^{VI}(0) = 0$ ◯ no existe $f^{VI}(0)$ ◯ es $f^{VI}(0) = -1440$

10. El límite de $h(x) = \frac{\operatorname{sh}(x^2)-x^2}{\operatorname{sh}(x^6)}$ cuando $x \to 0$ es:

◯ $\frac{1}{6}$ ◯ 0 ◯ $-\infty$

Examen de diciembre de 2003 de Cálculo I (grupo C)

(Respuesta **acertada = 1 punto, errónea = –0.5 puntos, nula o en blanco = 0 puntos**; sólo una de las tres respuestas a cada pregunta es correcta).

1. La sucesión de término general $a_n = \operatorname{sen}\left(n^2\pi + \frac{\pi}{n}\right)$,

◯ es convergente ◯ diverge, pero tiene subsucesiones convergentes ◯ diverge hacia ∞

2. Los números reales x para los que converge la serie $\sum \frac{e^{-nx}}{n}$ son:

◯ todo x de $\mathbf{R}$ ◯ $\{x \geq 0\}$ ◯ $\{x > 0\}$

3. Si f y g son inyectivas en todo $\mathbf{R}$, podemos asegurar que también es inyectiva en todo $\mathbf{R}$:

◯ $f+g$ ◯ $f \cdot g$ (producto) ◯ $f \circ g$ (composición)

4. La recta tangente en $x=1$ a la gráfica de $f(x) = \sqrt[3]{|x-2|}$ corta el eje de abscisas en:

◯ $x=-2$ ◯ $x=\frac{4}{3}$ ◯ $x=4$

5. Sea $A = \{x : x^4 - 4x - 3 \leq 0\}$. Se cumple que:

◯ $A \subset [-1,2]$ ◯ $1-\sqrt{2} \notin A$ ◯ A no está acotado

6. El valor máximo de $f(x) = x + 2\log(x^2+3)$ en el intervalo $[-3,1]$

◯ se alcanza en $x=-3$ ◯ se alcanza en $x=-1$ ◯ se alcanza en $x=1$

7. La sucesión de funciones $f_n(x) = \dfrac{n-x^2}{n+x^2}$, $n = 1, 2, \dots$, en el intervalo $[0,2]$:

◯ converge uniformemente ◯ converge puntual, pero no uniformemente ◯ no converge ni puntualmente

8. ¿Cuál de las siguientes desigualdades es cierta?

◯ $\arctan\frac{3}{5} > \frac{1}{2}$ ◯ $\arctan 1 < \frac{3}{4}$ ◯ $\arctan 2 > \frac{8}{5}$

9. La derivada cuarta en $x=0$ de la función $f(x) = \dfrac{e^x \operatorname{sen} x}{x}$, $f(0)=1$

◯ no existe ◯ vale $f^{IV}(0) = -\frac{4}{5}$ ◯ vale $f^{IV}(0) = 0$

10. El límite de $f(x) = x^3\left[\sqrt{1+\frac{1}{x^3}} - 1\right]$ cuando $x \to \infty$ es

◯ -1 ◯ $\frac{1}{2}$ ◯ ∞

Examen de noviembre de 2004 de Cálculo I (grupo C)

(Respuesta **acertada = 1 punto, errónea = $-\frac{1}{3}$ puntos, nula o en blanco = 0 puntos**;
sólo una de las tres respuestas a cada pregunta es correcta).

1. El dominio de la función $f(x)=\sqrt{\log|1-x^2|-1}$ es:

○ $(-\infty,-\sqrt{1+e}]\cup[\sqrt{1+e},\infty)$ ○ $(-\infty,-1)\cup(1,\infty)$ ○ $[\sqrt{1+e},\infty)$ ○ ϕ

2. El conjunto $A=\left\{\frac{n}{\sqrt{n^3+8}} : n\in\mathbf{N}\right\}\subset\mathbf{R}$ posee:

○ máximo y mínimo ○ ínfimo, pero no supremo ○ mínimo, pero no máximo ○ máximo e ínfimo, pero no mínimo

3. Sea $f(x)=(x-\frac{1}{x})\,e^{-x}$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?

○ $f(x)\underset{x\to-\infty}{\longrightarrow}-\infty$ ○ $f(x)\underset{x\to-1}{\longrightarrow}0$ ○ $f(e^{-n})\underset{n\to\infty}{\longrightarrow}+\infty$ ○ $f(\cos\frac{1}{n})\underset{n\to\infty}{\longrightarrow}0$

4. La función $f(x)=\begin{cases}\arctan\frac{1}{x^3}\ , \text{ si } x\neq 0\\ \frac{\pi}{2}\ , \text{ si } x=0\end{cases}$ en el punto $x=0$ es:

○ continua y derivable ○ ni continua ni derivable ○ continua, pero no derivable ○ derivable, pero no continua

5. La recta tangente en el punto $(\frac{2}{5},\frac{2}{5})$ a la curva $y^2-2y+4x^2=0$ corta el eje x en:

○ $x=-\frac{2}{3}$ ○ $x=\frac{1}{4}$ ○ $x=1$ ○ $x=\frac{8}{3}$

6. Sea $f(x)=2x+e^x$ y sea f^{-1} su función inversa. El valor de $(f^{-1})'(1)$ es:

○ $-\frac{1}{2+e}$ ○ $\frac{1}{2+e}$ ○ $\frac{1}{3}$ ○ $\frac{1}{2}$

7. Los valores máximo y_M y mínimo y_m de la función $f(x)=\frac{3x+4}{x^2+1}$ en el intervalo $[0,1]$ verifican:

○ $y_M<7$, $y_m<4$ ○ $y_M<5$, $y_m\geq 4$ ○ $y_M\leq 4$, $y_m>3$ ○ $y_M>4$, y_m no existe

8. Sea $f(x)=(x-\frac{1}{x})\,e^{-x}$. El número de puntos en que se anula su derivada f' es:

○ 0 ○ 1 ○ 2 ○ 3

9. La suma de la serie $\sum\limits_{n=1}^{\infty} e^{1-2n}$ es:

○ 0 ○ $\frac{e^3}{e^2-1}$ ○ $\frac{1}{e}-e$ ○ $\frac{1}{2\,\mathrm{sh}\,1}$

10. Sean las series: a) $\sum\frac{3^n+(-1)^n}{n!}$ y b) $\sum\frac{2n^3+11}{\sqrt[3]{n^{11}+n^2}}$. Se tiene que:

○ a) y b) convergen ○ a) y b) divergen ○ a) converge y b) diverge ○ a) diverge y b) converge

Examen del 1 de diciembre de 2005 de Cálculo I (C)

(Respuesta **acertada = 1 punto, errónea =** $-\frac{1}{3}$ **puntos, nula o en blanco = 0 puntos**; sólo una de las cuatro respuestas a cada pregunta es correcta).

1. El dominio de la función $f(x) = \log\left[\log\left(x^2-3|x|+3\right)\right]$ es:

○ $(-1,1)$ ○ $(-\infty,1)\cup(2,\infty)$ ○ $(-\infty,-2)\cup(-1,1)\cup(2,\infty)$ ○ **R**

2. Sea $f(x) = 2x - \sqrt{x^3+1}$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **falsa**?

○ $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$ ○ $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = -2$ ○ La sucesión $\{f(\frac{2n}{n+1})\} \underset{n\to\infty}{\to} 1$ ○ Está acotada la sucesión $\{f(\frac{1}{n})\}$

3. La derivada de la función $f(x) = \begin{cases} x+\arctan\frac{1}{x^2}\ , \text{ si } x\neq 0 \\ \frac{\pi}{2}\ , \text{ si } x=0 \end{cases}$ en el punto $x=0$:

○ $f'(0)$ no existe ○ $f'(0)=0$ ○ $f'(0)=1$ ○ $f'(0)=2$

4. Sea $f(x) = x^3+x-2$ y sea g la función compuesta $g = f\circ f\circ f$. El valor de $g'(1)$ es:

○ 64 ○ 52 ○ 13 ○ 12

5. La recta tangente en el punto $(2,0)$ a la curva $y^2+x^2 = 2y+2x$ corta el eje y en:

○ $y=-2$ ○ $y=-1$ ○ $y=0$ ○ $y=2$

6. Sea $h(x) = \dfrac{x^3-2}{x^2+1}$. Se cumple que

○ h decrece en $(-\infty,0]$ ○ h es inyectiva en $[-2,2]$ ○ h tiene una asíntota horizontal ○ $h(x)=1$ para un único x

7. Los valores máximo y_M y mínimo y_m de $f(x) = (2+x)\,\mathrm{e}^{-x/3}$ en el intervalo $[-2,3]$ verifican:

○ $y_M<3$, y_m no existe ○ $y_M\leq 2$, $y_m<0$ ○ $y_M\geq 3$, $y_m<1$ ○ $y_M>2$, $y_m\geq 0$

8. Sea $a_n = \dfrac{3}{n+\operatorname{sen}\frac{n\pi}{3}}$. Se tiene que:

○ $\{a_n\}$ y $\sum a_n$ convergen ○ $\{a_n\}$ converge y $\sum a_n$ diverge ○ $\{a_n\}$ diverge y $\sum a_n$ converge ○ $\{a_n\}$ y $\sum a_n$ divergen

9. Los x para los que converge la serie $\sum \dfrac{8^n x^{3n}}{n^3}$ son exactamente los del intervalo:

○ $(-\infty,\frac{1}{2}]$ ○ $[-8,8]$ ○ $[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$ ○ $[-\frac{1}{8},\frac{1}{8}]$

10. El límite de $f(x) = \dfrac{\sqrt{1+2x^2}-\mathrm{e}^{x^2}}{x^4}$ cuando $x\to 0$ es

○ $-\infty$ ○ -1 ○ $-\frac{3}{4}$ ○ 0

Examen del 29 de noviembre de 2006 de Cálculo I (C)

6 preguntas tipo test (sólo una de las cuatro respuestas a cada pregunta es correcta).
Respuesta **acertada = 1 punto, errónea =** $-\frac{1}{3}$ **puntos, nula o en blanco = 0 puntos**.

1. Si $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen}(\pi x^2)}{x}$ podemos asegurar que:

- ◯ $\forall K>0\ \exists\delta>0$ tal que si $0<|x|<\delta$ entonces $f(x)>K$
- ◯ $\forall\varepsilon>0\ \exists\delta>0$ tal que si $0<|x-1|<\delta$ entonces $|f(x)-1|<\varepsilon$
- ◯ $\forall\varepsilon>0\ \exists M>0$ tal que si $x>M$ entonces $|f(x)|<\varepsilon$
- ◯ $\forall K>0\ \exists M>0$ tal que si $x>M$ entonces $f(x)>K$

2. En el punto $x=0$, la función $f(x) = \begin{cases} x\,, & \text{si } x\le 0 \\ e^x\,, & \text{si } x>0 \end{cases}$ es

◯ continua y derivable ◯ ni continua ni derivable ◯ continua, pero no derivable ◯ derivable, pero no continua

3. Los valores máximo y_M y mínimo y_m de $f(x)=5|x-1|-x^2$ en el intervalo $[0,3]$ verifican:

◯ $y_M>1$, y_m no existe ◯ $y_M\le 5$, $y_m\ge 0$ ◯ $y_M\ge 4$, $y_m<1$ ◯ $y_M<2$, $y_m<0$

4. Sea $f(x)=\dfrac{x}{x^2-\log x}$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **falsa**?

◯ $\operatorname{dom} f=(0,\infty)$ ◯ $\operatorname{im} f=(0,\infty)$ ◯ f es inyectiva en $(2,\infty)$ ◯ $f'(x)>0$ si $x\in(0,1)$

5. Sea $f(x)=\dfrac{x}{x^2-\log x}$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **verdadera**?

◯ La sucesión $\{f(\sqrt{n})\}\underset{n\to\infty}{\longrightarrow}\infty$ ◯ La sucesión $\{f(\frac{1}{n^2})\}\underset{n\to\infty}{\longrightarrow}0$ ◯ $\sum f(n)$ converge ◯ $\sum(-1)^n f(n)$ diverge

6. El coeficiente de x^4 en el desarrollo de Taylor de $f(x)=\dfrac{\arctan 3x}{(1-x)^2}$ en torno a $x=0$ es:

◯ $-\frac{243}{10}$ ◯ 12 ◯ 0 ◯ -6

7. Precisar para qué valores de x converge la serie $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{n^2x^{3n}}{2n^2+1}$. **[1.5 puntos]**

8. Sea $h(x)=\dfrac{2x^2+1}{x^3+1}$. Hallar asíntotas. Estudiar cuántos máximos y mínimos locales posee h . ¿Existe $c\in(-2,2)$ tal que $h(c)=0$? Precisar cuántas soluciones tiene la ecuación $h(x)=\frac{1}{2}$. **[2.5 puntos]**