Bibliografía

Elemental

BD **W.E.Boyce-R.C.DiPrima**. ECUACIONES DIFERENCIALES y problemas con valores en la frontera. Limusa, 1994.

Pl **O.Plaat**. ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS. Reverté, 1974.

Ro **S.L.Ross**. ECUACIONES DIFERENCIALES. Reverté, 1981.

Si **G.Simmons**. ECUACIONES DIFERENCIALES, con aplicaciones y notas históricas. McGraw-Hill, 2002.

Br **M.Braun**. ECUACIONES DIFERENCIALES Y SUS APLICACIONES. Interamericana, 1990.

El **Elsgoltz**. ECUACIONES DIFERENCIALES Y CALCULO VARIACIONAL. Mir, 1977.

HS **M.Hirsch-S.Smale**. Ecuaciones diferenciales, sistemas dinámicos y álgebra lineal. Alianza, 1983.

FV **C.Fernández-F.J.Vázquez-J.M.Vegas**. Ecuaciones diferenciales y en diferencias. Thomson, 2003.

Gu **M.Guzmán**. Ecuaciones diferenciales ordinarias. Teoría de estabilidad y control. Alhambra, 1987.

Avanzada

Us **J.V.Uspensky**. Theory of equations. McGraw-Hill, 1948.

Le **S. Lefschetz**. Differential equations: Geometric theory. Interscience, 1963.

AL **A.A.Andronov-E.A.Leontovich-I.I.Gordon-A.G.Maier**. Qualitative theory of second-order dynamic systems. Wiley, 1973.

CH **S.N.Chow-J.K.Hale**. Methods of bifurcation theory. Springer, 1982.

GH **J.Guckenheimer-P.Holmes**. Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields. Springer, 1983.

DL **F.Dumortier-J.Llibre-J.C.Artés**. Qualitative Theory of Planar Differential Systems. Springer, 2006.

Pe **L.Perko**. Differential Equations and Dynamical Systems. Springer, 2001.

St **S.H.Strogatz**. Nonlinear Dynamics and Chaos. Limusa-Wiley, 1994.

JS **D.W.Jordan-P.Smith**. Nonlinear Ordinary Differential Equations. Oxford University Press, 2007.

T **Tesis**. Métodos simples para el análisis de puntos degenerados de sistemas analíticos planos. 1998

Sobre los capítulos 1 y 2 (en la bibliografía elemental).

Las secciones **1.1** y **1.2** se pueden encontrar en casi todos los libros elementales.

Hay resultados de existencia y unicidad (**1.3**) en todos ellos y varios demuestran el TEyU. La muy larga y avanzada demostración del TE está en Gu. La prolongabilidad sólo suele ser tratada en los libros más rigurosos (como FV y Gu). Algo se dice sobre el tema en Ro, Pl y HS.

La teoría general de estabilidad (**1.4**) está en libros más avanzados, como el Gu, y se suele estudiar en el marco general de los sistemas de ecuaciones. La mayoría de los libros elementales (por ejemplo BD y Pl) se suelen limitar a tratar la estabilidad de soluciones constantes de sistemas autónomos. Algunos de ellos (como FV) estudian también la estabilidad de sistemas y ecuaciones lineales con coeficientes constantes de cualquier orden. De dependencia continua hablan Ro, El, HS, FV y Gu.

La sección **1.5** sigue, en general, al Pl. Ideas interesantes (más avanzadas) se dan en FV.

Los teoremas generales de **2.1** se pueden estudiar en Gu.

Casi todos los libros empiezan estudiando directamente las más sencillas ecuaciones lineales y pasan a ocuparse después de los sistemas, lo que tal vez resulte más pedagógico (este libro, para ahorrar tiempo, lo hace en **2.2** al revés, pero es interesante leer alguna vez este otro camino). Además suelen incluir repasos, más o menos detallados, de la teoría de matrices (por ejemplo, BD, Pl, HS o FV), pero aquí es casi innecesaria por no pasar de las $2x2$. Y es sencilla también la estabilidad de **2.3**

En este libro (que no sale del plano y se centra en ecuaciones autónomas), se eliminaron las secciones que trataban la dimensión n general y que estaban en los **Apuntes de Ecuaciones Diferenciales I**. Tampoco hay cálculo numérico, teoremas de estabilidad tipo Routh-Hurvitz, transformada de Laplace o soluciones periódicas de EDOs lineales. Ni un capítulo completo de soluciones por medio de series que, con el grado en Física, pasó a los Métodos Matemáticos II. Estos asuntos son son tratados en algunos de los libros elementales anteriores. En los apuntes de EDI se tienen los detalles bibliográficos.

[Muchos libros incluyen aplicaciones de las ecuaciones diferenciales a problemas reales. Tal vez las más curiosas se ven en el Br. Hay información sobre la historia de las ecuaciones diferenciales en Gu, en BD y en Si. Otro tema relacionado con las EDOs, el cálculo de variaciones, se trata en El y Si. Y las ecuaciones en diferencias ocupan casi la mitad del libro FV].

Sobre los capítulos 3 y 4 (citando ya bibliografía avanzada).

Para iniciarse en la teoría básica de los mapas de fases (**3.1**, **3.2**, **3.3** y **3.4**) es muy recomendable el Pl, donde se estudia con bastante detalle, ejemplos y también rigor. Por ejemplo contiene la complicada demostración del teorema 1 de 3.2. Pero también son interesantes las diferentes formas de tratarlos de BD, Ro, Br y HS. En varios de ellos se puede encontrar además el estudio inicial de las funciones de Lyapunov de **3.6** y de los ciclos límite de **4.6**.

La sección **3.5** ya hay que buscarla en material más avanzado. Aquí se obtiene de la tesis T, que se inspiró en (y detalló y simplificó) las formas de calcular el I_3 en AL. [Otras formas de calcularlo se basan en funciones de Lyapunov].

El otro teorema que no se ve en libros elementales (ni en los avanzados nuestros) es el de Lasalle de **3.6**. Pero no es difícil encontrar referencias (algunas en lenguaje más complicado) en internet.

Las variedades centro de **4.2** se estudian en CH o GH, aunque en este libro nos centremos, como en la T, simplemente en ver su aplicación a puntos críticos del plano con un $\lambda=0$.

Todo el lenguaje de 'vectores propios' y 'autovalores' de sistemas homogéneos y los teoremas directos de **4.3** son propios de la T, aunque los blow-ups llevasen décadas haciéndose para analizar puntos críticos. Se pueden ver como son tratados en Le, AL, Dl, Pe...

La T es también la única fuente de los centros degenerados de **4.4**. Aunque se había escrito que la estabilidad dependía de integrales no se había entrado en la práctica en su cálculo real y casi nada se había hablado de su perturbación con términos de mayor orden.

Un antiguo libro en el que ver resultados sobre resolventes, discriminantes, método de Sturm, cálculo de raíces... es U. Pero todas las técnicas de trabajar con polinomios de grado 4 y este cálculo de sus integrales (en **4.5**) fueron creadas para la T (quizás podían haber aparecido otras similares sobre tema tan clásico). Las 'ecuaciones de autovalores' y condiciones para ser centro tampoco existían.

Mucho hay escrito (incluso en libros elementales) sobre ciclos límites, el teorema de Poincaré-Bendixon y su creación con bifurcaciones de Hopf (**4.6**), pero no se habían generado inestabilizando puntos no elementales, como varios ejemplos del libro.

Los ejemplos de atractor inestable (**4.7**) que estaban publicados eran más complicados (este apareció solo, creando ejemplos de análisis del origen descubrí posteriormente que lo era).

Aunque la poligonal de Newton (**4.8**) es más típica de libros de geometría hay un breve resumen en el capítulo 2 de CH. La idea de utilizarla para encontrar las variedades que llegan al origen y describir la estructura de puntos degenerados es propia de la T, aunque (como descubrí posteriormente) había aparecido alguna vez en relación al tema de forma menos práctica. En libros de los citados se puede ver lo largo que resulta analizar puntos críticos si sólo se hacen blow-ups.

Había muchas publicaciones estudiando puntos del infinito (los de **4.9**) como las del grupo de UAB cuyos trabajos me llevaron a acercarme al tema. Por eso recomiendo leer el capítulo 5 del DL. Pero mucho se utilizaban los cambios de variable y nada las técnicas directas aquí presentadas inspiradas en el origen (aproximación homogénea y poligonal).

Hay muchos otros temas relacionados con los sistemas autónomos que tratan los libros citados y que no aparecen en la tesis ni en este libro (teorías de bifurcación, el caos de las dimensiones superiores...). Puede ser este texto un buen aperitivo para iniciar su estudio.

Y acabo las referencias bibliográficas enlazando el útil programa en java con el que estuve trabajando en los últimos años para dibujar rápidamente mapas de fases el **pplane**. En la tesis usaba un viejito problema para Mac que se descontinuó (el DEgraph) y existen versiones posteriores de pplane, pero exigen la instalación previa de Matlab.