

A(5). Sea la ecuación $\frac{dx}{dt} = \frac{2tx-x^2}{t^2}$ (A).

- Determinar para qué valores de a existe exactamente una solución de (A) que satisface $x(1)=a$.
- Hallar la solución de (A) que satisface $x(1)=-1$.
- Determinar si es estable la solución de (A) que satisface $x(1)=0$.

B(3). Sea el problema (P) $\begin{cases} x' = tx^2 - 1 \\ x(0) = 0 \end{cases}$.

- Utilizar el método de las aproximaciones sucesivas para encontrar una solución aproximada de dicho problema (aplicar sólo 2 veces el operador T a $x_0(t)=0$).
- Dibujar las isoclinas del campo de direcciones de pendientes $-1, -1/2, 0$ y 1 , y dibujar aproximadamente la solución de (P).

B(7). Sea la ecuación (C) $x''+x'-2x+ax^2=0$, con a constante real.

- Hallar los puntos singulares de (C) y clasificarlos, según los valores de a . Determinar en cada caso la estabilidad de dichos puntos singulares.
- Sea $a=0$. Escribir el sistema equivalente a (C) y hallar la solución general de dicho sistema por medio de matrices. Utilizando transformadas de Laplace, hallar la solución particular de (C) (con $a=0$) que satisface $x(0)=2, x'(0)=-1$.
- Dibujar aproximadamente las órbitas en el plano de fases para $a=1$. Si (C) rige el movimiento de un punto sobre el eje x a lo largo del tiempo, describir (a la vista del mapa de fases) el movimiento de un punto situado inicialmente en reposo en el punto $x=1$.

D(5). Sea (D) $(1-t)y''+ty'-y = e^t(1-t)^2$.

- Hallar la solución general de la ecuación homogénea asociada a (D) por medio de series (observar que las dos soluciones linealmente independientes que se obtienen son funciones elementales).
- Hallar una matriz fundamental del sistema equivalente a (D) y utilizarla para calcular la solución general de dicha ecuación no homogénea (D).

(esto devuelve gemini al pedir pasarlo a LaTeX)

Problemas de Ecuaciones Diferenciales

A(5). Sea la ecuación

$$\frac{dx}{dt} = \frac{2tx - x^2}{t^2} \quad (A)$$

- Determinar para qué valores de a existe exactamente una solución de (A) que satisface $x(1)=a$.
- Hallar la solución de (A) que satisface $x(1)=-1$.
- Determinar si es estable la solución de (A) que satisface $x(1)=0$.

B(3). Sea el problema

$$\begin{cases} x' = tx^2 - 1 \\ x(0) = 0 \end{cases} \quad (P)$$

- Utilizar el método de las aproximaciones sucesivas para encontrar una solución aproximada de dicho problema (aplicar sólo 2 veces el operador T a $x_0(t)=0$).
- Dibujar las isoclinas del campo de direcciones de pendientes $-1, -1/2, 0$ y 1 , y dibujar aproximadamente la solución de (P).

(C). Sea la ecuación

$$x'' + x' - 2x + ax^2 = 0, \quad \text{con } a \text{ constante real.} \quad (C)$$

- Hallar los puntos singulares de (C) y clasificarlos, según los valores de a . Determinar en cada caso la estabilidad de dichos puntos singulares.
- Sea $a=0$. Escribir el sistema equivalente a (C) y hallar la solución general de dicho sistema por medio de matrices. Utilizando transformadas de Laplace, hallar la solución particular de (C) (con $a=0$) que satisface $x(0)=2, x'(0)=-1$.
- Dibujar aproximadamente las órbitas en el plano de fases para $a=1$. Si (C) rige el movimiento de un punto sobre el eje x a lo largo del tiempo, describir (a la vista del mapa de fases) el movimiento de un punto situado inicialmente en reposo en el punto $x=1$.

D(5). Sea

$$(1-t)y'' + ty' - y = e^t(1-t)^2 \quad (D)$$

- Hallar la solución general de la ecuación homogénea asociada a (D) por medio de series (observar que las dos soluciones linealmente independientes que se obtienen son funciones elementales).
- Hallar una matriz fundamental del sistema equivalente a (D) y utilizarla para calcular la solución general de dicha ecuación no homogénea (D).

PRIMER PARCIAL junio81

A(4). Sea $x' = x^2(x+2)$. (No resolverla).

Dibujar algunas isoclinas del campo de direcciones y la forma aproximada de las soluciones.

Para cada $a \in \mathbb{R}$ se considera el problema $(P_a) \begin{cases} x' = x^2(x+2) \\ x(0) = a \end{cases}$

Estudiar según los valores de a si la solución de (P_a) existe, si es única, si es prolongable hasta ∞ , si depende continuamente del dato inicial a y si es estable. (Justificar lo más posible las afirmaciones que se hagan y citar los teoremas que se apliquen).

B(2). Comprobar que $x = e^t$ es solución de la ecuación homogénea asociada a

$$tx'' - (t+1)x' + x = t^2 e^t$$

y hallar la solución general de esta ecuación no homogénea.

C(2). Resolver $x''' + 2x'' + 5x' = 5t$
 $x(0)=0, x'(0)=0, x''(0)=1/5$
 Comprobar el resultado.

D(2). Sea $\begin{cases} x' = 2x \\ y' = y(1-y) + x^2 \end{cases}$. Hallar los puntos singulares y clasificarlos. Dibujar el mapa de fases.

Primer parcial sep81

A(3). Sea $x' = \frac{x}{x-t}$.

Dibujar las isoclinas del campo de direcciones y la forma aproximada de las soluciones.

¿Existe solución única de la ecuación satisfaciendo $x(1)=0$?
 ¿Es una ecuación exacta? Hallar la solución general.

B(3). Hallar la solución particular de la ecuación

$$t^2 x'' - 2tx' + 2x = \ln t$$

que satisface las condiciones iniciales $x(1)=1, x'(1)=1$.

C(1). Sea la ecuación $x' = (7+5 \sin t)x + e^{7+5 \sin t}$.
 ¿Es estable? ¿Cuántas soluciones 2π -periódicas tiene?
 (no resolverla)

D(1). Calcular la transformada inversa de Laplace de

$$F(s) = \frac{1}{s^2+4s} + \frac{1}{s^2+4s+8}$$

E(1). Clasificar el punto singular del sistema autónomo

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = 1-x+5y+xy^2 \end{cases}$$

F(1). Determinar si el 0 es punto singular regular de alguna de las ecuaciones

$$ty'' + 2y' + 4y = 0; \quad t^2 y'' + 2y' + 4y = 0.$$

En caso afirmativo, indicar que tipo de series se probarían en la ecuación para resolverla.