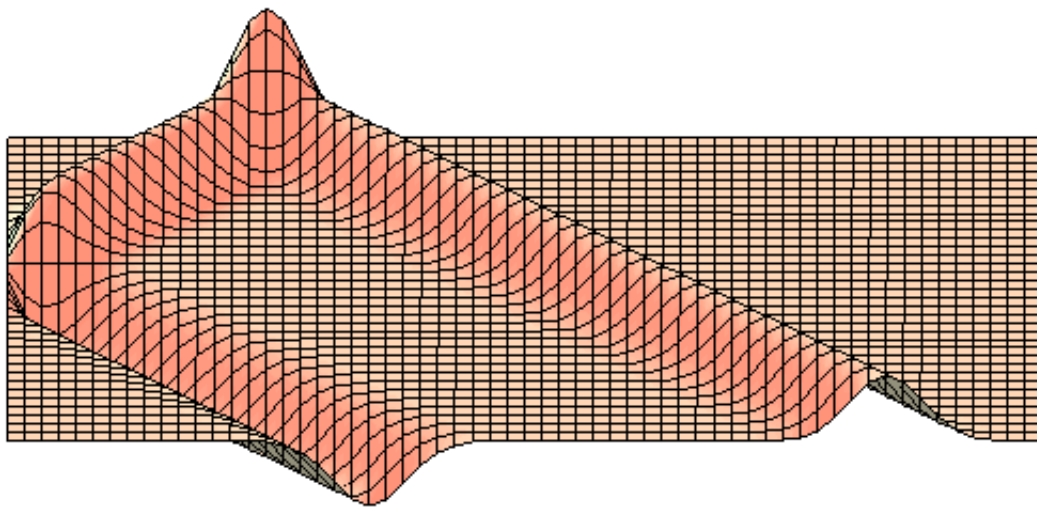


2011

apuntes de ecuaciones diferenciales II (EDPs)



Pepe Aranda

Depto. Física Teórica
Universidad Complutense

pparanda@fis.ucm.es

<https://teorica.fis.ucm.es/pparanda/EDPs.html>

Índice

Bibliografía

Sobre las versiones de los apuntes

Introducción	1
1. Características; problemas clásicos	3
1.1 EDPs lineales de primer orden	4
1.2 EDPs lineales de segundo orden; clasificación	7
1.3 Los problemas clásicos; unicidad	11
2. Problemas de contorno para EDOs	15
2.1 Problemas de Sturm-Liouville homogéneos	16
2.2 Series de Fourier	21
2.3 Problemas no homogéneos; función de Green	25
3. Separación de variables	29
3.1 Separación de variables para calor y ondas	30
3.2 Separación de variables para Laplace	39
3.3 Algunos problemas en tres variables	46
3.4 Funciones de Green	53
4. Otros métodos en EDPs	55
4.1 Ecuación de la cuerda vibrante	56
4.2 Ondas en tres y dos dimensiones	61
4.3 Transformadas de Fourier	65
Apéndice	69
Problemas 1	i
Problemas 2	ii
Problemas 3 (calor y ondas)	iii
Problemas 3 (Laplace y 3 variables)	v
Problemas 4	vii
Problemas adicionales 1	I
Problemas adicionales 2	III
Problemas adicionales 3	V
Problemas adicionales 4	VII

Bibliografía

- H Haberman. ECUACIONES DIFERENCIALES EN DERIVADAS PARCIALES con Series de Fourier y Problemas de Contorno. Pentice Hall
- Ss Strauss. PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS. An Introduction. Wiley
- W Weimberger. ECUACIONES DIFERENCIALES EN DERIVADAS PARCIALES. Reverté
- MU Myint-U. PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS OF MATHEMATICAL PHYSICS. Elsevier
- T Tijonov-Samarski. ECUACIONES DE LA FISICA MATEMATICA. Mir
- Sp Stephenson. INTRODUCCION A LAS ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES. Reverté
- Ch Churchill. SERIES DE FOURIER Y PROBLEMAS DE CONTORNO. McGraw-Hill
- J John. PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS. Springer-Verlag
- Sk Stakgold. GREEN'S FUNCTIONS AND BOUNDARY VALUE PROBLEMS. Wiley
- BD Boyce-Di Prima. ECUACIONES DIFERENCIALES y problemas con valores en la frontera. Limusa
- Si Simmons. ECUACIONES DIFERENCIALES (con aplicaciones y notas históricas). McGraw-Hill
- Br Braun. ECUACIONES DIFERENCIALES Y SUS APLICACIONES. Interamericana
- R Ross. ECUACIONES DIFERENCIALES. Reverté
- E Elsgoltz. ECUACIONES DIFERENCIALES Y CALCULO VARIACIONAL. Mir
- MCZ Marcellán-Casasús-Zarzo. ECUACIONES DIFERENCIALES. PROBLEMAS LINEALES Y APLICACIONES. McGraw-Hill
- PA Puig Adam. CURSO TEORICO-PRACTICO DE ECUACIONES DIFERENCIALES APLICADO A LA FISICA Y TECNICA.

Los 9 primeros libros son propiamente de EDPs: H, Ss, W, MU y T incluyen casi todos los temas de los apuntes (y muchos otros que no se tratan en ellos). Sp y Ch tienen bastantes menos páginas (y sirven para parte del curso). J y Sk son de mayor nivel y bastante más difíciles de leer. Los 5 siguientes son básicamente de EDOs, pero tienen introducciones a las EDPs. En concreto, BD, Br, R y Si estudian los problemas de contorno para EDOs y el método de separación de variables. R clasifica también las EDPs de segundo orden con coeficientes constantes. E trata con detalle las EDPs de primer orden. Los 2 últimos, el MCZ y el clásico PA (de 1950), son mixtos de EDOs y EDPs y abarcan una mayor parte del curso.

Gran parte de los libros de EDPs, en vez de organizarse en torno a los métodos de resolución (como en los apuntes), estudian por separado y con diferentes técnicas las ecuaciones hiperbólicas, elípticas y parabólicas.

Las EDPs de primer orden se estudian en H, E, PA y J, aunque se centran más en las ecuaciones cuasilineales (también tratan las no lineales). La reducción a forma canónica y las cuestiones de unicidad se ven en casi todos los libros de EDPs, por ejemplo en MU, W o T. Un estudio serio de los problemas de Cauchy se hace en J. La deducción de las ecuaciones y el significado físico de los problemas se puede mirar, por ejemplo, en Bd, W, H, Ss o T.

Para el 2 es recomendable leer BD, Si y H. La teoría general avanzada de problemas de contorno, funciones de Green, desarrollos en autofunciones. . . en el Sk. Hay demostraciones menos generales (con matemáticas más elementales) en Ss, W o Ch.

La separación de variables (3) está en casi todos los libros. Buenas introducciones hay en Sp, BD, Si, Br o R. El libro más recomendable para todo este capítulo es el H. Para precisiones de convergencia y problemas de varias variables ver Ss, W, MU o T. La sección 3.4 sigue más o menos el MU. Ss, W, T y Sp también estudian las funciones de Green por otros caminos.

Para las secciones 4.1 y 4.2 se puede consultar el H, Ss, W, MU, T, PA o J. En ellos se deducen las fórmulas de 4.2 no demostradas en los apuntes. Para la 4.3 ver Ch, Ss, MU, Sp y, sobre todo, H y W que utilizan también la transformada de Laplace para EDPs (W tiene una introducción a la variable compleja).

El MCZ, el H y el Ss dan métodos numéricos para problemas de contorno y EDPs (lo que no hacen los demás libros, salvo unas pocas ideas del W).

Sobre las versiones de los apuntes

Versión 2011. Adaptación al 'grupo residual' de la licenciatura (2010/11, último año con clases). Se pasan a 'letra pequeña' algunos temas que en otros grupos no se contaban (como las ondas en 3 y 2 dimensiones, tras retocar 4.1 y 4.2), los 'problemas 3' se dividen en dos partes, bastantes problemas pasan a adicionales y se incluyen nuevos y nuevos ejemplos inventados para el piloto del 08/09.

Versión 2009. Bastantes novedades, empezando por la letra, que pasa a ser Bitstream-Vera (sin serif), lo que obliga a reescribir (y de paso a retocar) muchas partes del texto.

1.1 y 1.3 se modifican levemente y 1.2 se vuelve a reordenar.

2 tiene ahora 3 secciones. Los ejemplos de la vieja 2.1 desaparecen (se incluyen, además de otros ejemplos nuevos) en la nueva 2.1. También aparecen más ejemplos en series de Fourier y en problemas no homogéneos.

3.1 incluye dos ejemplos nuevos del calor y las ideas sobre subproblemas pasan al final de 3.2. Esta sección incluye dos ejemplos más en cartesianas y uno en polares. 3.3 cambia poco y como 3.4 (antes 4.4) aparece la introducción a las funciones de Green para Laplace.

En todo el 4 aparecen bastantes ejemplos nuevos (y algunos viejos se detallan más). En 4.1, uno de cuerda semi-infinita y otro de cuerda acotada, y dos de ondas en 3 dimensiones en 4.2. Las transformadas de Fourier \mathcal{F} de 4.3 tienen tres ejemplos nuevos.

Aparece un apéndice en el que se repasan algunos resultados de EDOs, de convergencia uniforme y cálculo en varias variables.

Los problemas (y los adicionales) tienen bastantes cambios (los grupos piloto exigen inventar muchos problemas para entregar, para parcialillos,... y eso se nota).

Versión 2008. Escasas novedades en teoría. Además de algunas correcciones de ejemplos, erratas, estéticas... se reordenó la sección 1.2 y se añadieron ejemplos en 3.1. Los problemas incluyeron los de examen del curso anterior, algunos de los del curso 06-07 pasaron a adicionales y otros se convirtieron en problemas a entregar en el grupo piloto.

Versión 2007. Fue la primera de los **apuntes de Ecuaciones Diferenciales II (EDPs)** y es heredera directa de los **apuntes de ecuaciones en derivadas parciales**.

Los viejos apuntes estaban destinados a la asignatura 'Métodos Matemáticos de la Física II', que se impartió por última vez en 1997-98 (la última versión, 2000, en Word, contenía mis apuntes de ese año, pero con los dibujos a ordenador). La asignatura era de tercer curso, los estudiantes habían cursado en segundo unos 'Métodos I' (variable compleja y espacios de Hilbert) y había 5 horas semanales de clase. Las 'Ecuaciones Diferenciales II', en cambio, se cursan en segundo, tienen 4 horas semanales y previamente sólo se ha estudiado Álgebra y Cálculo en primero y las ecuaciones ordinarias del primer cuatrimestre de segundo.

Adaptar los apuntes, exigía, pues, reducir contenidos. Y no lo conseguí demasiado. Porque los temas se mantuvieron (reordenados de otra forma), aunque algunos pasaron a estar 'en letra pequeña' (sólo a título informativo). Más funcionó la tijera apartando de las hojas de problemas fundamentales bastantes de los más complicados del pasado.

Yendo al detalle, el tema 1 es el antiguo tema 5, con algún ejemplo más de primer orden, algún recorte en unicidad y se deduce ya la fórmula de D'Alembert (pues el viejo capítulo 6 se trasladó, reduciendo su tamaño, a las primeras secciones del 4).

El actual 2 es el viejo 7 de problemas de contorno, centrándose más en las condiciones separadas, eliminando resultados sobre comparación de autovalores y poniendo las alusiones a la δ de Dirac en letra pequeña.

El nuevo 3 de separación de variables es el antiguo 8, pero bastante reordenado. En vez de separar los problemas homogéneos de los no homogéneos, se tratan ambos sucesivamente, primero para el calor y ondas, y en otra sección para Laplace. Aparecen, como novedad, unas escasas líneas dedicadas a los armónicos esféricos.

El 4 reúne en esa versión las ondas en 1, 3 y 2 dimensiones espaciales (estudiadas con menos intensidad que en Métodos II, sobre todo en problemas), la transformada de Fourier, y, a título informativo, el método de las imágenes.

Los problemas se dividieron en 'problemas' (los que se hacen en clase) y 'problemas adicionales' (a ellos fueron exiliados los más largos, laterales al curso o repetidos). Unos cuantos de los viejos problemas (y varios apartados de otros) desaparecieron del todo.

Los apuntes se hicieron en \LaTeX , utilizando el programa TeXShop para Mac y eligiendo ese año 2007, para distinguirse de las letras habituales, el tipo 'palatino'.

[En años posteriores sólo se ha corregido alguna errata y cambiado en la portada el departamento y la página en la que se encuentran estos apuntes y sus sucesores].