52 81

Segundo parcial

A(3). Sea el problema de contorno

$$(P_1)\quad \begin{cases} y''+2y'+y+\lambda y = 0 \\ y(0) = y(1) = 0 \end{cases}$$

Hallar los autovalores y las autofunciones asociadas.

B(2). Sea

$$(P_2)\begin{cases} u_{tt}-c^2u_{xx}=0 \ , \ x\in[0,4] \ , \ t\in\mathbb{R} \\ u(x,0)=f(x) \\ u_t(x,0)=0 \\ u(0,t)=u(4,t)=0 \end{cases} \quad \text{con} \quad f(x)=\begin{cases} x/3 \ , & x\in[0,3] \\ 4-x \ , & x\in[3,4] \end{cases}$$

Dibujar la gráfica de $\bar{f}$ extensión impar de f y utilizar dicha gráfica para dibujar $u(x,2/c)$.

C(5). Hallar la solución de

$$(P_3)\begin{cases} u_{rr}+\dfrac{u_r}{r}+\dfrac{u_{\theta\theta}}{r^2} = r \ , \ r<2 \ , \ \theta\in(0,\pi) \\ u_\theta(r,0)=u_\theta(r,\pi) = 0 \\ u(2,\theta)=3 \\ u \text{ acotada} \ . \end{cases}$$

Métodos II (Grupo residual)

Segundo parcial **Junio 1998**

(elegir 4 de los 5 problemas propuestos y entregar cada uno en una única hoja diferente)

1. Resolver $\begin{cases} y^3 u_y - 2u_x = 2y^2 u \\ u(x,1) = x \end{cases}$, precisando si la solución es única o no.

2. Sea $\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = 0 \,,\ x \geq 0 \,, t \in \mathbf{R} \\ u(x,0) = \cos x \\ u_t(x,0) = 0 \\ u(0,t) = 1 \end{cases}$. Dibujar y hallar la expresión analítica de $u(x,2\pi)$.

3. Sea $\begin{cases} y'' - y' = e^t - K \\ y'(0) + \alpha y(0) = 0 \\ y(1) = 0 \end{cases}$.

Hallar los valores de las constantes reales K y α para los que el problema posee infinitas soluciones.

4. Resolver por separación de variables: $\begin{cases} u_{rr} + \frac{1}{r} u_r + \frac{1}{r^2} u_{\theta\theta} = \pi \,,\ r < 1 \,, \theta \in (0, \pi/2) \\ u_r(1,\theta) = \cos\theta \\ u_\theta(r,0) = u(r,\pi/2) = 0 \end{cases}$.

5. Deducir una fórmula para la solución de $\begin{cases} u_t - u_{xx} + u = 0 \,,\ x \in \mathbf{R} \,, t > 0 \\ u(x,0) = f(x) \,,\ u \text{ acotada} \end{cases}$

Hallar la solución explícita en el caso de que sea $f(x) \equiv 1$.